

Die Integration der Boltzmann-Gleichung zylindrischer Entladungen
unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines angelegten
longitudinalen Magnetfeldes

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Freien Universität Berlin 1964

vorgelegt von
Ingrid Stober
aus Berlin

Die Integration der Boltzmann-Gleichung zylindrischer Entladungen
unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines angelegten
longitudinalen Magnetfeldes

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Ingrid Stober
aus Berlin



1. Referent: Prof. Dr. A. Dinghas
2. Referent: Prof. Dr. G. Grawert
3. Referent: Prof. Dr. A. Stöhr

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Mai 1964

Tag der Promotion: 29. JULI 1964

I n h a l t s v e r z e i c h n i s

	Seite
Einleitung	1
1. Die Boltzmann-Gleichung	6
2. Lösung der Boltzmann-Gleichung	9
3. Stromdichte und Wärmestrom	18
4. Aufstellung des Gleichungssystems nach Einführung von Zylinderkoordinaten	21
5. Magnetfeldfreier Fall	23
6. Zur Integration der Boltzmann-Gleichung unter dem Einfluß magnetischer Felder	29
7. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung mit Eigenmagnetfeld	30
8. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung mit longitudinalem Magnetfeld	51
9. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines angelegten longitudinalen Magnetfeldes	55
a.) 0. Näherung	55
b.) 1. Näherung	58
c.) 2. Näherung	77
Anhang	110
Zusammenfassung	133
Literaturverzeichnis	135



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550821_0071

E i n l e i t u n g

In der vorliegenden Arbeit wird die exakte Theorie der Transporterscheinungen nicht vollständig ionisierter Plasmen unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines zusätzlich angelegten longitudinalen Magnetfeldes dargestellt. Die Berechnungen werden unter diesen allgemeinen Voraussetzungen bis zur zweiten Näherung durchgeführt. Für den Fall des Eigenmagnetfeldes oder eines longitudinalen Magnetfeldes allein ist es möglich, allgemeine Ausdrücke für die n -te Näherung anzugeben.

Diese Ergebnisse werden durch Integration der fundamentalen Boltzmannschen Integro-Differentialgleichung gewonnen. Eine kurze Zusammenfassung der Arbeit wurde bereits in [1] veröffentlicht.

Die von Boltzmann [2] aufgestellte Fundamentalgleichung, die zur Berechnung der Geschwindigkeitsverteilungsfunktion dient und deren Lösung bereits Boltzmann versuchte, beschäftigte in der Folge viele Mathematiker und Physiker. Wird die linke Seite der Gleichung Null gesetzt, ergibt sich die ungestörte Geschwindigkeitsverteilungsfunktion f_0 . Dies wurde bereits von Boltzmann bemerkt.

Auf der Grundlage einer von Hilbert [3] [4] angegebenen Approximationsmethode gelang es Enskog [5] [6], eine exakte Lösungsmethode für ein einzelnes Gas und auch für Gasgemische anzugeben. Er behandelte jedoch nur Gase und keine Plasmen, so daß nur Stöße zwischen Molekülen betrachtet wurden. Etwa zu derselben Zeit war auch Chapman [7] [8] auf diesem Gebiet tätig. Er untersuchte außer der Diffusion und der Wärmeleitung auch die Viskosität der Gase. Seine Resultate stimmen, von Rechenfehlern abgesehen, mit denen von Enskog überein.

Ein weiterer Fortschritt wurde von Burnett [9] erzielt, der als erster auf die Bedeutung der Sonineschen Polynome [10] zur Lösung der Boltzmann-Gleichung hinwies.

Chapman und Cowling [11] entwickelten dann diese Ge-

dankengänge weiter. Es gelang ihnen, in wesentlichen Teilen der Methode von Enskog folgend, die allgemeine Lösung für Gase bis zur ersten Näherung anzugeben für Wärmeleitfähigkeit, Diffusion und Viskosität. Auch ionisierte Gase (Plasmen) wurden schon behandelt; dabei wurde das Magnetfeld senkrecht zum elektrischen Feld angenommen.

In dieser Form berechnete auch Cowling [12] die elektrische Leitfähigkeit und Diffusion in ionisierten Gasen. Er nahm gleichförmige Temperatur an, betrachtete infolgedessen auch nicht die sogenannte Thermodiffusion.

Wesentlich für die Weiterentwicklung der Lösungsmethode ionisierter Gase waren jedoch die Arbeiten von Landshoff [13] [14]. Ihm ist es gelungen, für vollständig ionisierte Plasmen bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in der y -Richtung, also senkrecht zum elektrischen Feld und dem Temperaturgradienten (in der x - z -Ebene), Stromdichte und Wärmestrom bis zur zweiten Näherung zu berechnen, allerdings unter wesentlich vereinfachten Annahmen hinsichtlich der Stoßquerschnitte. Die Lösungen ohne Magnetfeld wurden von ihm bis zur vierten Näherung angegeben.

Cohen, Spitzer und McR. Routly [15], Spitzer und Härm [16] gelangten auf der Grundlage der Fokker-Planck-Gleichung zu den gleichen Resultaten.

Weitere Arbeiten von Kihara [17] [18] behandeln Plasmen, von Waldmann [19] und Grad [20] [21] [22] [23] Gase. Grad gibt in seinen Arbeiten eine exakte Lösungsmethode an, ohne dem Enskog'schen Vorgehen zu folgen. Bei Grad wird die Boltzmann-Gleichung auf ein System nicht linearer partieller Differentialgleichungen (Momentengleichungen) zurückgeführt. Die Boltzmann-Gleichung wird dazu mit Polynomen, die aus Komponenten des Geschwindigkeitsvektors gebildet werden, multipliziert und über den Geschwindigkeitsraum integriert. Grad wendet seine Methodik nur auf Gase an, betrachtet also grundsätzlich die Boltzmann-Gleichung bei Abwesenheit magnetischer Felder.

Fradkin [24] und Braginski [25] [26] haben, Chapman

und Cowling folgend, vollständig ionisierte Plasmen bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in y-Richtung (entsprechend Landshoff) betrachtet, Kaeppler [27] hat die gleiche Untersuchung mit Hilfe der Gradschen Methodik durchgeführt.

Auf der Theorie von Chapman, Cowling und Landshoff aufbauend wurden von Schirmer und Friedrich [28] [29] nicht vollständig ionisierte Plasmen (und auch vollständig ionisierte Plasmen) ohne Einwirkung magnetischer Felder behandelt und allgemeine Lösungen der Transportkoeffizienten Stromdichte und Wärmestrom angegeben. Die Werte wurden bis zur vierten Näherung berechnet.

In der vorliegenden Arbeit werden nun magnetische Felder mitberücksichtigt. Es wird von der allgemeinen Boltzmann-Gleichung in Vektorschreibweise, Stationarität vorausgesetzt, ausgegangen. Zur Lösung wird nach H. A. Lorentz [30], der für die eindimensionale Boltzmann-Gleichung $f = f_0(1 + \frac{1}{2} \psi(v))$ ansetzte, hier allgemeiner $f = f_0(1 + \psi(v))$ angesetzt mit $\psi(v) \ll 1$ als Störungsglied. Nach der Definition der Sonineschen Polynome S_n der Ordnung $\frac{3}{2}$ ist es dann naheliegend, die Funktion $\psi(v)$ nach Landshoff [13] in der Form $\psi(v) = \sum_n g_n S_n(\frac{v^2}{v_0^2})$ zu entwickeln, da sich mit Hilfe der Orthogonalitätsrelationen der Sonineschen Polynome nun wesentliche Vereinfachungen erzielen lassen.

Schwierigkeiten bieten nun rechts die Stöße Elektron-Elektron. Hier wird nach dem Verfahren von Schirmer und Friedrich [28] vorgegangen, das im Anhang ausführlich dargestellt wird.

Bei der Berechnung von Stromdichte und Wärmestrom zeigt es sich, daß nur g_0 und g_1 benötigt werden, so daß hier die Beschränkung auf die Ermittlung dieser Größen möglich ist. Es werden dann im Gegensatz zu allen früheren Autoren außer Schirmer [31], der aber nur ein Lorentzgas (Vernachlässigung der Stöße Elektron-Elektron) behandelt hat, wobei entscheidende Vereinfachungen möglich sind, Zylinderkoordinaten eingeführt. Dies ist naheliegend, da bei den physikalischen Experimenten vorwiegend zylindrische Entla-

dungen vorliegen. Danach wird zunächst der magnetfeldfreie Fall behandelt, der, wie sich zeigt, zweidimensional zu betrachten ist. Nach Einführung der mittleren freien Weglänge, des Diffusionskoeffizienten und der Thermodiffusion lassen sich Stromdichte und Wärmestrom allgemein angeben.

Weiter wird nun der Fall behandelt, daß nur ein Eigenmagnetfeld vorhanden ist. Es zeigt sich, daß auch hier zweidimensional gerechnet werden kann. Zunächst wird nach Landshoff [13] vorgegangen, indem die eine Gleichung mit i multipliziert wird und beide addiert werden.

Landshoff hat dann aber mehrere Vereinfachungen vorgenommen. Hier werden nun ohne Vernachlässigungen allgemein die n -ten Näherungen von Stromdichte und Wärmestrom angegeben, indem wieder mittlere freie Weglänge, der Diffusionskoeffizient und die Thermodiffusion eingeführt werden entsprechend dem Fall ohne Magnetfeld.

Über alle früheren Autoren hinausgehend wird dann der Fall eines angelegten longitudinalen Magnetfeldes behandelt. Es zeigt sich, daß dieses Magnetfeld auf Stromdichte und Wärmestrom in longitudinaler Richtung keinen Einfluß hat. Zur Ermittlung des Wärmestroms in radialer Richtung werden die beiden letzten Gleichungen addiert, nachdem die eine Gleichung wieder mit i multipliziert worden ist.

Schließlich wird dann noch der Fall betrachtet, daß zum nicht vernachlässigbaren Eigenmagnetfeld ein angelegtes longitudinales Magnetfeld hinzukommt. Da hier drei Gleichungssysteme vorliegen, ist eine Behandlung wie in den vorangegangenen Fällen leider nicht möglich. Es mußten die Gleichungssysteme direkt gelöst werden; dies wird bis zur zweiten Näherung durchgeführt.

Allen Endausdrücken wird eine Form gegeben derart, daß alle Fälle unmittelbar auf den magnetfeldfreien Fall zurückgeführt werden können, wenn die entsprechenden Magnetfeldterme in Stromdichte und Wärmestrom gleich Null gesetzt werden. In entsprechender Form werden die Definitionen der mittleren freien Weglänge, des Diffusionskoeffizienten und

des Thermodiffusionskoeffizienten angegeben.

Nach dem Erscheinen von [1] wurden noch mehrere Arbeiten veröffentlicht. Es ist einerseits auf Kaeppler [32] [33], Schrade, Bez, Höcker und Kaeppler [34] sowie auf Hertweck [35] hinzuweisen, die die Methode von Grad auf Plasmen bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in y -Richtung angewendet haben, andererseits auf Kelly [36], Kaneko [37], Kihara, Midzuno und Kaneko [38] und Shkarofsky [39] [40], die der Methode von Enskog, Chapman-Cowling und Landshoff folgend ebenfalls Plasmen bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in y -Richtung betrachtet haben. Es wurden Ergebnisse über Chapman-Cowling und Landshoff hinausgehend erzielt, jedoch noch nicht so weitgehend wie in der vorliegenden Arbeit. Insbesondere ist es Shkarofsky gelungen, nicht vollständig ionisierte Plasmen bei Anwesenheit eines Magnetfeldes in y -Richtung (entsprechend Landshoff) bis zur 3. Näherung zu behandeln, allerdings mit vereinfachten Querschnitten auch für die Atom-Elektron Wechselwirkung. Keiner dieser Autoren hat also eine Untersuchung zylindrischer Plasmen durchgeführt im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit.

Schließlich ist noch Friedrich zu nennen, der in [41] die Lösung für den allgemeinen Fall mit Magnetfeldern in n -ter Näherung angegeben hat, wobei allerdings eine andere Definition der freien Weglänge benutzt wird.

4. Die Boltzmann-Gleichung

Die Boltzmann-Gleichung als Grundlage der Gaskinetik und der Plasmaphysik ist bereits von Boltzmann [2] aufgestellt worden. Eine Erweiterung für den Fall eines Magnetfeldes gelingt einfach dadurch, daß zu den äußeren Kräften $\vec{X}$ noch die durch das Magnetfeld hervorgerufenen $\vec{X}_1$ hinzugesetzt werden. [11] [12] [42]. Im Fall einer stationär brennenden Plasmaentladung, der in der Praxis von weitaus überwiegender Bedeutung ist, ist $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$. Dies wird im folgenden vorausgesetzt. Einschaltvorgänge, bei denen $\frac{\partial f}{\partial t} \neq 0$ ist, liegen mithin außerhalb dieser Untersuchung.

Die auf Elektronen bezogene Boltzmann-Gleichung eines Plasmas, Stationarität vorausgesetzt, lautet demnach in Vektorschreibweise in allgemeiner Form [11] [1]

$$\begin{aligned} & (\vec{X} + \vec{X}_1) \frac{\partial (n_e f)}{\partial \vec{r}} + n_e \frac{\partial (n_e f)}{\partial \vec{p}} = \\ & = n_a n_e \left[v \iint (f' - f) u_a da_a dt + \frac{n_i}{n_a} v \iint (f' - f) u_i da_i dt \right. \\ & \left. + \frac{n_e}{n_a} \iint (f' f'_e - f f_e) g da_a dt d\omega_e \right]. \end{aligned} \quad (1.1)$$

- * Hierbei sind die n_k ($k = a, i, e$) die Zahl der Atome, Ionen und Elektronen pro Volumeneinheit. $\vec{X} = \frac{e}{m} \vec{G}$ ist die elektrische, $\vec{X}_1 = n_e \times \vec{\omega}$ ist die magnetische Beschleunigung. Weiterhin ist [43]

$$\omega_i = \frac{e}{m} \frac{H_i}{c} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.2)$$

die Winkelgeschwindigkeit eines Elektrons um die i -Richtung eines Magnetfeldes $\vec{\omega} = \{H_1, H_2, H_3\}$.

Auf der rechten Seite der Boltzmann-Gleichung stehen die Ausdrücke für den Stoß Elektron-Atom, Elektron-Ion und

Elektron-Elektron; hierbei ist

$$f = f(\varpi, \varphi) \quad (1.3)$$

die gesuchte Geschwindigkeitsverteilungsfunktion, bezogen auf die stoßenden Elektronen mit dem Argument ϖ und φ vor dem Stoß, entsprechend ist $f' = f(\varpi', \varphi')$ die gesuchte Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der Elektronen mit dem Argument ϖ' und φ' nach dem Stoß. In gleicher Weise stellen $f_e = f(\varpi_e, \varphi)$ und $f'_e = f(\varpi'_e, \varphi)$ die Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der gestoßenen Elektronen vor und nach dem Stoß dar [2][4][28]. Ferner sind $d\varpi_e$ Volumenelement im Geschwindigkeitsraum der Elektronen, g die Relativgeschwindigkeit zweier stoßender Elektronen, a_i , a_a und b die Stoßparameter gegenüber schweren Teilchen und Elektronen, ϵ der Azimutwinkel.

Durch Integration der Boltzmann-Gleichung (1.1) ergibt sich die Verteilungsfunktion f der Elektronen, mit deren Hilfe in allgemeinsten Weise Stromdichte und Wärmestrom berechenbar sind.

Die Stromdichte und der Wärmestrom ergeben sich aus der Funktion f in folgender Form [44][45][46]

$$j_e = e n_e \int \varpi f d\varpi, \quad (1.4)$$

$$W_e = \frac{1}{2} m n_e \int \varpi^2 f d\varpi. \quad (1.5)$$

Die Lösung der Boltzmann-Gleichung ist also Voraussetzung für die Berechnung der obigen Größen, deren Kenntnis wiederum notwendig ist zur rechnerischen Erfassung der elektrischen Eigenschaften und der Wärmeeigenschaften eines Plasmas. Die

* Stromdichte und Wärmestrom der schweren Ionen ist gegenüber dem der Elektronen verschwindend klein und bleibt in dieser Arbeit unberücksichtigt [47].

Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes erscheint notwendig zur rechnerischen Erfassung sehr stromstarker Plasmen, die im Hinblick auf Versuche zur Kernfusion seit einiger Zeit von großem Interesse sind [34]. Bei derartigen Versuchen sind weiterhin auch longitudinale Magnetfelder verwandt worden [48] [49]. Daher wird auch der Einfluß longitudinaler Magnetfelder im folgenden untersucht.

2. Lösung der Boltzmann-Gleichung

Zur Lösung der allgemeinen Boltzmann-Gleichung (4.1) wird ein Ansatz verwandt, der bereits von H. A. Lorentz sehr frühzeitig (1905) vorgeschlagen worden ist [30] und der sich auch bei der hier vorliegenden weitaus allgemeineren Problemstellung bewährt. Lorentz hatte vorgeschlagen, für die Boltzmann-Gleichung als lineare Integro-Differentialgleichung in eindimensionaler Form den Ansatz $f = f_0(1 + \int \psi(v))$ zu verwenden mit

$$f_0 = \frac{1}{\pi^{1/2}} \frac{1}{w} e^{-\frac{v^2}{w^2}} \quad (2.1)$$

als ungestörte Boltzmannfunktion und $w = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ als wahrscheinlichste Geschwindigkeit. Nach Lorentz ist damit die Symmetrie der Funktion f_0 in Richtung der wirkenden äußeren Kräfte aufgehoben.

Entsprechend erfolgt die Lösung der allgemeinen Boltzmann-Gleichung (4.1) mit Hilfe der Ansätze

$$\begin{aligned} f &= f_0 (1 + \mathcal{M} \cdot \vec{\psi}(v)), \\ f' &= f'_0 (1 + \mathcal{M}' \cdot \vec{\psi}(v')), \\ f_e &= f_{0e} (1 + \mathcal{M}_e \cdot \vec{\psi}(v_e)), \\ f'_e &= f'_{0e} (1 + \mathcal{M}'_e \cdot \vec{\psi}(v'_e)). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Es muß hierbei $\mathcal{M} \cdot \vec{\psi}(v)$ voraussetzungsgemäß $\ll 1$ sein, eine Bedingung, die physikalisch bedeutet, daß die innerhalb der „freien Weglänge“ dem Elektron durch das angelegte elektrische Feld zugeführte Energie klein ist gegen die mittlere gaskinetische Energie kT [28].

Der Einfluß des elektrischen Feldes (und auch der magnetischen Felder) wird mithin als „kleine Störung“ aufgefaßt. Die folgenden Untersuchungen stellen also die Plasmaphysik kleiner Störungen dar. Diese Voraussetzung ist physikalisch stets er-

füllt, auch bei stationär brennenden Bögen höchster Stromstärke [31].

Nichtstationäre Entladungen in Form elektrischer Durchbrüche („Elektronenlawine“) werden mithin durch die folgenden Ausführungen nicht erfaßt.

Zur Berechnung der linken Seite der Boltzmanngleichung müssen nun die Ausdrücke $\frac{\partial(n_e f_0)}{\partial \omega}$ und $\frac{\partial(n_e f_0)}{\partial v}$ gebildet werden.

$$\frac{\partial(n_e f_0)}{\partial \omega} = \frac{\partial(n_e f_0)}{\partial \omega} (1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v)) + n_e f_0 \frac{\partial(\omega \vec{\psi}(v))}{\partial \omega}$$

$$\frac{\partial(n_e f_0)}{\partial \omega} = -n_e \frac{2}{w^2} \omega f_0 (1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v)) + n_e f_0 \vec{\psi}(v) + n_e f_0 \omega \cdot \frac{\partial \vec{\psi}(v)}{\partial \omega}$$

$$\frac{\partial(n_e f_0)}{\partial v} = -n_e \left[\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} - \frac{3}{2} + \frac{v^2}{w^2} \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial v} \right) f_0.$$

Da $(\omega \times \vec{\omega}) \cdot \omega = 0$ ist, tritt die magnetische Beschleunigung nur in dem Glied $\vec{X}_1 \cdot \vec{\psi} n_e f_0$ auf. Auf der linken Seite wird im übrigen nur f_0 eingesetzt, da $\omega \cdot \vec{\psi}(v) \ll 1$ ist [23].

Die Boltzmanngleichung lautet dann, wobei gleich durch n_e dividiert wurde

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{w^2} \vec{X}_1 \cdot \omega f_0 + \vec{X}_1 \cdot \vec{\psi} f_0 - \left[\left(\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial v} \right) \omega f_0 = \\ & = n_a \left\{ v \iint (f_0' [1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v')] - f_0 [1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v)]) a_a da_a d\varepsilon \right. \\ & + \frac{n_i}{n_a} v \iint (f_0' [1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v')] - f_0 [1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v)]) a_i da_i d\varepsilon \\ & + \frac{n_e}{n_a} \iiint [f_0' f_{0e}' (1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v')) (1 + \omega_e \cdot \vec{\psi}(v_e')) \\ & \left. - f_0 f_{0e} (1 + \omega \cdot \vec{\psi}(v)) (1 + \omega_e \cdot \vec{\psi}(v_e)) \right] g b db d\varepsilon d\omega_e \}. \end{aligned}$$

Atome und Ionen können als unendlich schwer gegenüber den Elektronen gedacht werden, was eine gute Näherung ist, da z.B. ein Xenonatom $131.1836 = 240000$ mal schwerer ist als ein Elektron. Infolgedessen ist $v' = v$ beim Stoß Elektron-Atom, Elektron-Ion, mithin $f_0 = f'_0$. Für die Funktion f_0 gilt bekanntlich beim Stoß gleicher Teilchen [2]

$$f_0 f_{0e} = f'_0 f'_{0e}. \quad (2.3)$$

Diese Gleichung als Funktionalgleichung bedingt das Maxwell-Boltzmannsche Geschwindigkeitsverteilungsgesetz. Es ergibt sich sodann

$$\begin{aligned} & -\frac{2}{w^2} \vec{X}_0 \cdot \vec{\Psi} f_0 + \vec{X}_1 \cdot \vec{\Psi} f_0 - \left[\left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) \right] \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \vec{\Psi} f_0 = \\ & = n_a \left\{ v f_0 \vec{\Psi}(v) \iint (\vec{\Psi}' - \vec{\Psi}) a_a da d\varepsilon \right. \\ & + \frac{n_i}{n_a} v f_0 \vec{\Psi}(v) \iint (\vec{\Psi}' - \vec{\Psi}) a_i da d\varepsilon \\ & + \frac{n_e}{n_a} \iiint f_0 f_{0e} [\vec{\Psi}' \cdot \vec{\Psi}(v') + \vec{\Psi}'_e \cdot \vec{\Psi}(v'_e) - \vec{\Psi} \cdot \vec{\Psi}(v) - \\ & \quad \left. \vec{\Psi}_e \cdot \vec{\Psi}(v_e) \right] g b db d\varepsilon d\vec{\Psi}_e \Big\}. \end{aligned}$$

Im letzten Integral werden die quadratischen Glieder weglassen als klein von 2. Ordnung, da $\vec{\Psi} \cdot \vec{\Psi}(v) \ll 1$ ist. Für die beiden ersten Integrale gilt beim Stoß eines leichten Teilchens gegen ein schwereres gemäß dem Stoßgesetz [2]

$$\vec{\Psi}' - \vec{\Psi} = - (1 - \cos \theta) \vec{\Psi} + \sum_{i=1}^2 m_i \sqrt{v^2 - (\vec{\Psi} \cdot m_i)^2} \sin \theta \cos \varepsilon, \quad (2.4)$$

dabei sind $\mathbf{u}_i$ ($i = 1, 2, 3$) Einheitsvektoren, und es ist ϑ der Ablenkungswinkel des Elektrons, bedingt durch die Streuung des Elektrons am schweren Teilchen. Bei der Integration über ϑ fällt jeweils der zweite Ausdruck fort, so daß sich ergibt

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2}{w^2} \vec{X} \cdot \omega \mathbf{f}_0 + \vec{X}_1 \cdot \vec{\Psi} \mathbf{f}_0 - \left[\left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) \right] \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \omega \mathbf{f}_0 \\
 & = - n_a \left\{ v \mathbf{f}_0 \vec{\Psi}(v) \cdot \omega \left[2\pi \int_0^{a_0} (1 - \cos \vartheta) a_a da_a \right. \right. \\
 & + 2\pi \frac{n_i}{n_a} \int_0^{a_0} (1 - \cos \vartheta) a_i da_i \left. \right] - \frac{n_e}{n_a} \left[\left(\mathbf{f}_0 \mathbf{f}_{0e} \left[\vec{\omega} \cdot \vec{\Psi}(v) \right. \right. \right. \\
 & + \left. \left. \left. \omega'_e \cdot \vec{\Psi}(v'_e) - \omega \cdot \vec{\Psi}(v) - \omega_e \cdot \vec{\Psi}(v_e) \right] \right) \int b db d\epsilon d\omega_e \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Die Integrale

$$\begin{aligned}
 Q_a(v) &= 2\pi \int_0^{a_0} (1 - \cos \vartheta) a_a da_a, \\
 Q_i(v) &= 2\pi \int_0^{a_0} (1 - \cos \vartheta) a_i da_i
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

können widerspruchsfrei im Sinne der anschaulichen kinetischen Gastheorie als „Querschnitte“ der Atome und Ionen gegen Elektronen gedeutet werden [50].

Damit ergibt sich dann

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2}{w^2} \vec{X} \cdot \omega \mathbf{f}_0 + (\omega \times \vec{\omega}) \cdot \vec{\Psi} \mathbf{f}_0 - \left[\left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) \right] \times \\
 & \times \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) \omega \mathbf{f}_0 = - n_a \left[\omega \cdot \vec{\Psi}(v) v \left(Q_a(v) + \frac{n_i}{n_a} Q_i(v) \right) \mathbf{f}_0 + \frac{n_e}{n_a} \omega \cdot \vec{\Psi} \right]
 \end{aligned}$$

mit

$$\vec{J}_e = -\frac{1}{v^2} \iiint f_0 f_{0e} [\omega \cdot \omega_1 \vec{\varphi}(v_1) + \omega \cdot \omega_2 \vec{\varphi}(v_2) - \\ - (\omega \cdot \omega) \vec{\varphi}(v) - \omega \cdot \omega_2 \vec{\varphi}(v_2)] g b db d\epsilon d\omega_e.$$

Es erscheint zweckmäßig, als Abkürzungen einzuführen:

$$\vartheta = \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right), \quad \xi = \frac{2}{w^2} \vec{X} + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \vartheta; \quad (2.6)$$

dann gilt unter Beachtung von

$$(\omega \times \vec{\omega}) \cdot \vec{\varphi} = \omega (\vec{\omega} \times \vec{\varphi})$$

und nach Division durch $-\omega$:

$$\xi f_0 - \vartheta \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) f_0 = (\vec{\omega} \times \vec{\varphi}) f_0 + n_e v \vec{\varphi} f_0 (Q_a + \frac{n_i}{n_a} Q_i) + n_e \vec{J}_e. \quad (2.7)$$

Die Boltzmann-Gleichung (2.7) ohne Wechselwirkungsintegral $\vec{J}_e$ der Elektronen, die ein sogenanntes Lorentzgas beschreibt, läßt sich in analytischer Form integrieren [31]. Dagegen ist die Integration der Boltzmann-Gleichung bei Beachtung des Wechselwirkungsgliedes Elektron-Elektron $\vec{J}_e$ in analytischer Form nicht möglich. Es ist dann notwendig, die Integro-Differentialgleichung auf ein unendliches System linearer Gleichungen zurückzuführen, das analytische Problem der Integration also durch das algebraische der Auflösung eines unendlichen Systems linearer Gleichungen zu ersetzen.

Diese Umformung wird mit Hilfe der Sonineschen Polynome der Ordnung $\frac{3}{2}$, deren Bedeutung in diesem Zusammenhang zuerst von Burnett [3] erkannt wurde, unter Anwendung der Orthogonalitätsbedingung.

$$\int S_v \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{v^2}{w^2} \right) S_x \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{v^2}{w^2} \right) \frac{v^2}{w^2} F_0(v) dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(v + \frac{5}{2})}{\Gamma(v + 1)} \delta_{vx} \quad (2.8)$$

vorgenommen, wobei $4\pi v^2 f_0 dv = F_0(v) dv$ gesetzt wird.

Die Sonineschen Polynome gehören zur Klasse der Laguerreschen Polynome. Gegenüber den ursprünglich von Sonine definierten unterscheiden sie sich durch andere Vorgabe des Koeffizienten des höchsten Gliedes. Sie sind dem hier vorliegenden Fall angepaßt, wie sogleich erkennbar.

Die Verwendung der Sonineschen Polynome der Ordnung $\frac{3}{2}$ erweist sich als brauchbar, da sie definiert sind in der Form

$$S_v\left(\frac{v^2}{w^2}\right) = \sum_{i=0}^v (-1)^i \frac{1}{i!} \left(\frac{1}{v-i}\right) \left(\frac{v^2}{w^2}\right)^i \quad (2.9)$$

Es ist also insbesondere

$$S_0 = 1$$

$$S_1 = \frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2},$$

so daß S_0 und S_1 auf der linken Seite von (2.7) auftreten. Daher vereinfacht sie sich, wenn man die ganze Gleichung mit $\frac{2}{3} \frac{v^2}{w^2} S_\kappa\left(\frac{v^2}{w^2}\right) dv$ ($\kappa = 0, 1, 2, \dots$) multipliziert und über den gesamten Geschwindigkeitsraum integriert (unter Anwendung der Orthogonalitätsbedingung), in entscheidendem Maße. Um auch auf der rechten Seite von (2.7) die Orthogonalitätsbedingung anwenden zu können, wird daher

$$\varphi(v) = \sum_{v=0}^{\infty} g_v S_v\left(\frac{v^2}{w^2}\right) \quad (2.10)$$

angesetzt. g_v sind dabei unbekannte Koeffizienten, deren Berechnung zur Lösung der Boltzmanngleichung notwendig ist. Es wird nun (2.10) in (2.7) eingesetzt und gleichzeitig die Multiplikation und Integration durchgeführt, dann ergibt sich:

* Im folgenden wird für die Sonineschen Polynome der Ordnung $\frac{3}{2}$ nur $S_v\left(\frac{v^2}{w^2}\right)$ geschrieben.

$$\frac{2}{3} \int \varphi \frac{v^2}{w^2} S_{\mu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) f_0 d\omega - \frac{2}{3} \int \vartheta \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) \frac{v^2}{w^2} S_{\mu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) f_0 d\omega =$$

$$\frac{2}{3} \sum_{\nu} (\vec{\omega} \times \varrho_{\nu}) \int \frac{v^2}{w^2} S_{\mu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) S_{\nu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) f_0 d\omega +$$

$$n_a \left[\sum_{\nu} \varrho_{\nu} \frac{2}{3} \int v \frac{v^2}{w^2} S_{\nu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) S_{\mu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) \left\{ Q_a + \frac{n_i}{n_a} Q_i \right\} \varrho_{\nu} d\omega - \right.$$

$$\frac{n_e}{n_a} \frac{2}{3} \sum_{\nu} \varrho_{\nu} \int \frac{v^2}{w^2} S_{\mu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) \frac{1}{v^2} \iiint \left[(\omega \cdot \omega_1) S_{\nu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) + (\omega \cdot \omega_2) S_{\nu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) - \right. \\ \left. (\omega \cdot \omega) S_{\nu} \left(\frac{v^2}{w^2} \right) - (\omega \cdot \omega) S_{\nu} \left(\frac{v_e^2}{w^2} \right) \right] f_0 f_{0e} g b db dc d\omega_e d\omega \Big].$$

Die Anwendung der Orthogonalitätsbedingung (2.8) liefert

$$\frac{2}{3} \varphi \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(\frac{5}{2} \right) \delta_{0\mu} - \frac{2}{3} \vartheta \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(\frac{7}{2} \right) \delta_{1\mu} = \frac{2}{3} \sum_{\nu} (\vec{\omega} \times \varrho_{\nu}) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot$$

$$\frac{\Gamma(\nu + \frac{5}{2})}{\Gamma(\nu + 1)} \delta_{\nu\mu} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu} \varrho_{\nu} I_{\nu\mu}^*$$

und damit

$$\varphi \delta_{0\mu} - \frac{5}{2} \vartheta \delta_{1\mu} = (\vec{\omega} \times \varrho_{\mu}) \frac{\Gamma(\mu + \frac{5}{2})}{\Gamma(\mu + 1) \Gamma(\frac{5}{2})} +$$

(2.11)

$$\frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu} \varrho_{\nu} I_{\nu\mu}.$$

* Ist das Plasma vollständig ionisiert ($n_a = 0$), wird hier und im folgenden n_a formal durch n_i ersetzt, wie leicht zu sehen ist. In den Integralen $I_{\nu\mu}$ treten dann keine $I_{\nu\mu}^a$ mehr auf.

mit

$$I_{\nu\mu} = I_{\nu\mu}^a + \frac{n_i}{n_a} I_{\nu\mu}^i + \frac{n_e}{n_a} I_{\nu\mu}^e, \quad (2.12)$$

$$I_{\nu\mu}^a = \int \frac{v^3}{w^3} S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) Q_a F_0(v) dv, \quad (2.13)$$

$$I_{\nu\mu}^i = \int \frac{v^3}{w^3} S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) Q_i F_0(v) dv,$$

$$I_{\nu\mu}^e = - \iiint \left(\frac{1}{w^3} \left[(\omega \cdot \omega') S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) + (\omega \cdot \omega'_e) S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) \right. \right. \\ \left. \left. - (\omega \cdot \omega) S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) - (\omega \cdot \omega'_e) S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_\mu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) \right] f_0 f_{0e} \right) \quad (2.14)$$

erg b db de d ω_e d ω .

Unter Beachtung von

$$\frac{\Gamma\left(\mu + \frac{5}{2}\right)}{\Gamma(\mu + 1) \Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{2}{3} \frac{1}{B(\mu + 1, \frac{3}{2})}$$

ergibt sich schließlich

$$\varrho \delta_{0\mu} - \frac{5}{2} \vartheta \delta_{1\mu} = \frac{2}{3} \frac{\vec{\omega} \times \varrho_\mu}{B(\mu + 1, \frac{3}{2})} + \frac{2}{3} w n_a \sum_\nu \varrho_\nu I_{\nu\mu}. \quad (2.15)$$

In Komponenten geschrieben handelt es sich hier um 3 lineare Gleichungssysteme, aus denen die $p_{i\nu}$ (Komponenten von g_ν)

zu berechnen sind. Hierzu müssen jedoch zunächst die Integrale $I_{\nu\kappa}$ berechnet werden. Aus der Kenntnis der Sonineschen Polynome ergeben sich die $I_{\nu\kappa}^{\circ}$ und $I_{\nu\kappa}^i$ unmittelbar. Dies ist verständlich, da die Stöße der Elektronen gegen schwere Teilchen ja auch analytisch behandelt werden können, so daß diese Stöße in der hier angewandten algebraischen Form keine besonderen Schwierigkeiten machen können. Das Hauptproblem liegt mithin in der Berechnung der $I_{\nu\kappa}^e$, die die Stöße der Elektronen untereinander behandeln. Zur Berechnung der $I_{\nu\kappa}^e$ wird das Verfahren aus der Arbeit von Schirmer und Friedrich [28] im Anhang ausführlich dargestellt.

3. Stromdichte und Wärmestrom

Die Stromdichte ist definiert (1.4)

$$\mathbf{j}_e = e n_e \int \mathbf{v} f d\mathbf{v}.$$

Für die x_1 -Komponente gilt mit $\mathbf{v} = \{x_1, x_2, x_3\}$ und $d\mathbf{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$

$$j_{ex_1} = e n_e \iiint v_1 f dv_1 dv_2 dv_3. \quad (3.1)$$

Entsprechendes gilt für die x_2 - und x_3 -Komponente. (2.2) in (3.1) eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} j_{ex_1} &= e n_e \iiint v_1 (1 + v_1 \psi_{x_1} + v_2 \psi_{x_2} + v_3 \psi_{x_3}) f_0 dv_1 dv_2 dv_3 \\ &= e n_e \iiint v_1^2 \psi_{x_1} f_0 dv_1 dv_2 dv_3. \end{aligned}$$

Nach Einführung von Kugelkoordinaten ergibt sich schließlich mit $4\pi v^2 f_0 dv = F_0 dv$ (3.2)

$$j_{ex_1} = \frac{1}{3} e n_e \int_0^\infty v^2 \psi_{x_1} F_0 dv.$$

Mit $\psi_{x_1} = \sum_{\nu=0}^{\infty} p_{x_1 \nu} S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right)$ wird

$$j_{ex_1} = \frac{1}{3} e n_e w^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} p_{x_1 \nu} \int_0^\infty \frac{v^2}{w^2} S_\nu\left(\frac{v^2}{w^2}\right) S_0\left(\frac{v^2}{w^2}\right) F_0 dv.$$

Unter Anwendung der Orthogonalitätsrelation (2.8) wird

$$j_{ex_1} = \frac{1}{3} e n_e \bar{w}^2 \sum_{\nu=0}^{\infty} p_{x_1 \nu} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(\nu + \frac{5}{2})}{\Gamma(\nu + 1)} \delta_{\nu 0},$$

also schließlich

$$j_{ex_1} = \frac{1}{2} e n_e \bar{w}^2 p_{x_1 0}. \quad (3.3)$$

Entsprechendes gilt für die x_2 - und x_3 -Richtung.

Der Wärmestrom ist definiert (1.5)

$$W_e = \frac{1}{2} m n_e \int v^2 f d\mathbf{v}.$$

Für die x_1 -Komponente gilt

$$W_{ex_1} = \frac{1}{2} m n_e \iiint v_1 v^2 f dv_1 dv_2 dv_3, \quad (3.4)$$

entsprechend für x_2 und x_3 .

(2.2) in (3.4) eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} W_{ex_1} &= \frac{1}{2} m n_e \iiint v_1^{\frac{1}{2}} v^2 (1 + v_1 \psi_{x_1} + v_2 \psi_{x_2} + v_3 \psi_{x_3}) f_0 dv_1 dv_2 dv_3 \\ &= \frac{1}{2} m n_e \iiint v_1^{\frac{1}{2}} v^2 f_0 dv_1 dv_2 dv_3. \end{aligned}$$

Nach Einführung von Kugelkoordinaten ergibt sich schließlich mit (3.2)

$$W_{ex_1} = \frac{1}{6} m n_e \int_0^{\infty} v^4 \psi_{x_1} F_0(v) dv.$$

Mit $\psi_{x_1} = \sum_{\nu=0}^{\infty} p_{x_1 \nu} S_{\nu}\left(\frac{v^2}{\bar{w}^2}\right)$ wird

$$W_{ex_1} = -\frac{1}{6} m n_e w^4 \sum_{v=0}^{\infty} p_{x_1 v} \left[\int_0^{\infty} S_v \left(\frac{v^2}{w^2} \right) \frac{v^2}{w^2} \left(\frac{5}{2} - \frac{v^2}{w^2} \right) F_0(v) dv \right. \\ \left. - \frac{5}{2} \int_0^{\infty} S_v \left(\frac{v^2}{w^2} \right) \frac{v^2}{w^2} F_0(v) dv \right].$$

Unter Verwendung der Orthogonalitätsrelation (2.8) wird dann

$$W_{ex_1} = \frac{1}{6} m n_e w^4 \sum_{v=0}^{\infty} p_{x_1 v} \left[-\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(v + \frac{5}{2})}{\Gamma(v + 1)} \delta_{v1} + \right. \\ \left. \frac{5}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(v + \frac{5}{2})}{\Gamma(v + 1)} \delta_{v0} \right]$$

und somit

$$W_{ex_1} = \frac{5}{8} m n_e w^4 (p_{x_1 0} - p_{x_1 1}). \quad (3.5)$$

Damit ist klargestellt, wie sich die Stromdichte und der Wärmestrom innerhalb der x_1 -Richtung mit Hilfe der $p_{x_1 0}$ und $p_{x_1 1}$, berechenbar aus dem algebraischen System (2.15), darstellen läßt. Entsprechendes gilt für die x_2 - und x_3 -Richtung.

4. Aufstellung des Gleichungssystems nach Einführung von Zylinderkoordinaten

Es werden nun Zylinderkoordinaten x, r, φ gewählt auf Grund der Tatsache, daß bei den physikalischen Experimenten im allgemeinen zylindrisch ausgebildete Plasmaentladungen vorliegen. Bei Betrachtung einer zylindrischen Entladung ist $j_{er} = 0$ [47], da in radialer Richtung kein Strom fließen soll. Der Grund dafür ist physikalischer Natur. Bei den Experimenten mit Bögen im Quarzglasrohr kann kein radialer Strom j_{er} fließen, da Quarzglas den Strom nicht leitet. Es kann daher nur ein sogenannter ambipolarer Strom j_{er} auftreten, bedingt durch die entgegengesetzt laufenden Ionen, der jedoch wegen seiner extremen Kleinheit hinsichtlich seiner Wirksamkeit vernachlässigt werden kann [47]. Die Haltbarkeit des Quarzglasrohres ist hinsichtlich seiner thermischen Belastbarkeit begrenzt. Man kann die Haltbarkeit des Rohres verbessern und die Energiezufuhr noch steigern, indem man das Quarzrohr mit Wasser kühlt, doch auch dem sind Grenzen gesetzt. Deshalb wird das Rohr häufig aus Kupfer ersetzt; aber auch in solchen Fällen wird dafür gesorgt, daß das (Kupfer-) Rohr in longitudinaler Richtung nicht elektrisch leitend ist, damit der Strom nicht den Weg durch das Rohr vorzieht, sondern als Bogen in dem freien Raum innerhalb des Rohres fließt. Daher wird das Kupferrohr in mehrere Teile unterteilt, die gegeneinander isoliert sind, so daß wiederum $j_{er} = 0$ [54]. Mit $j_{er} \neq 0$ würde überdies die radiale Wärmeleitung stark anwachsen und den Bogen unzulässig kühlen.

Wegen der Zylindersymmetrie wird auch $E_{\varphi} = 0$, $D_{\varphi} = 0$, da die φ -Komponenten von G und $(-\frac{\partial T}{\partial \varphi})$ verschwinden. Da in radialer Richtung kein Magnetfeld vorhanden ist, wird auch $\omega_r = 0$. Nach (2.15) gilt dann

$$E_x \delta_{0x} - \frac{5}{2} D_x \delta_{1x} = -\frac{2}{3} \frac{\omega_p}{B(x+1, \frac{3}{2})} p_{rx} + \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^{\infty} p_{xv} I_{vx},$$

$$E_r \delta_{0x} - \frac{5}{2} D_r \delta_{1x} = \frac{2}{3} \frac{\omega_p p_{xx} - \omega_x p_{\varphi x}}{B(x+1, \frac{3}{2})} + \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^{\infty} p_{rv} I_{vx}, \quad (4.1)$$

$$0 = \frac{2}{3} \frac{\omega_x}{B(x+1, \frac{3}{2})} p_{\varphi x} + \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^{\infty} p_{\varphi v} I_{vx},$$

$$x=0, 1, 2, \dots$$

Diese 3 unendlichen linearen Gleichungssysteme sind näherungsweise lösbar durch Abbrechen nach einem n . Die Berechnung der $p_{io}^{(n)}$ und $p_{il}^{(n)}$ liefern dann die Komponenten von Stromdichte und Wärmestrom in n . Näherung.

5. Magnetfeldfreier Fall

Es ist hier $\omega_x = 0$ und $\omega_\varphi = 0$.

Aus (4.1) folgt dann:

$$\begin{aligned} E_x \delta_{0x} - \frac{5}{2} D_x \delta_{1x} &= \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^n p_{xv}^{(m)} I_{vx}, \\ E_r \delta_{0x} - \frac{5}{2} D_r \delta_{1x} &= \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^n p_{rv}^{(m)} I_{vx}, \\ 0 &= \frac{2}{3} \omega n_a \sum_{v=0}^n p_{\varphi v}^{(m)} I_{vx}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Aus dem Gleichungssystem (5.1) ergibt sich $p_{\varphi v}^{(m)} = 0$ für alle n , denn ein homogenes lineares Gleichungssystem hat keine eigentliche, also von 0 verschiedene Lösung, wenn seine Determinante $\neq 0$ ist, was hier Voraussetzung ist. Bedeutungs- voll erscheinen also in diesem Falle nur die x - und die r - Richtung; das Problem tritt also in zweidimensionaler Form auf. Es ist hier nur notwendig, $p_{x0}^{(m)}$, also $j_{x0}^{(m)}$ auszurechnen, da sich ganz analog $p_{r0}^{(m)}$ ergibt, das gleich 0 gesetzt wird, da die Nebenbedingung $j_{er}^{(m)} = 0$ gilt.

Aus dem Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{1}{\omega n_a} E_x &= p_{x0} I_{00} + p_{x1} I_{10} + \dots \\ -\frac{15}{4} \frac{1}{\omega n_a} D_x &= p_{x0} I_{01} + p_{x1} I_{11} + \dots \\ 0 &= p_{x0} I_{02} + p_{x1} I_{12} + \dots \end{aligned}$$

ergibt sich in n -Näherung:

$$p_{x0}^{(m)} = \frac{3}{2} \frac{1}{\omega n_a} \left(E_x \frac{\Delta_{00}^{(m)}}{\Delta^{(m)}} + \frac{5}{2} D_x \frac{\Delta_{10}^{(m)}}{\Delta^{(m)}} \right) \quad (5.2)$$

mit

$$\Delta^{(n)} = \begin{vmatrix} I_{00} & I_{10} & \dots & I_{n0} \\ I_{01} & I_{11} & & I_{n1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ I_{0n} & I_{1n} & & I_{nn} \end{vmatrix}$$

und $\Delta_{\ell m}^{(n)}$ den zu $I_{\ell m}$ gehörigen Unterdeterminanten. Also ist unter Beachtung von (3.3)(2.6)

$$j_{ex}^{(n)} = \frac{2}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \frac{\Delta_{00}^{(n)}}{\Delta^{(n)}} \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \left[\frac{I}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \quad (5.3)$$

Nach [29] werden nun die folgenden Definitionen eingeführt:

$$\bar{\ell}_\sigma^{(n)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{1}{n_a (I_{00} + \sum_{\ell=1}^n (-1)^\ell I_{\ell 0} \frac{\Delta_{\ell 0}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}})} \quad \text{als mittlere freie Weglänge,}$$

$$b_e^{(n)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{1}{v} \right) \bar{\ell}_\sigma^{(n)} \quad \text{als Beweglichkeit,}$$

$$D_e^{(n)} = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\ell}_\sigma^{(n)} \quad \text{als Diffusionskoeffizient,} \quad (5.4)$$

$$A^{(n)} = \frac{5}{2} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \right),$$

$$D_{eth}^{(n)} = D_e^{(n)} \left(A^{(n)} - \frac{5}{2} \right) \quad \text{als Thermoeffizient der Elektronen.}$$

Dabei ist

$$\left(\frac{1}{v} \right) = \int_0^\infty \frac{1}{v} F_0(v) dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{w}$$

$$\text{und} \quad \bar{v} = \int_0^\infty v F_0(v) dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} w.$$

Diese Größen lassen nunmehr $j_{ex}^{(n)}$ in der Form

$$j_{ex}^{(n)} = e n_e \left\{ b_e^{(n)} G_x + \left[D_e^{(n)} \left(\frac{I}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) + D_{eth}^{(n)} \right] \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \quad (5.5)$$

erscheinen [29].

Der Grund, die obigen Definitionen in der angeführten Form einzuführen, ist der folgende: Mit Hilfe dieser Definitionen ergibt sich für $j_{\text{ex}}^{(n)}$ gemäß Gleichung (5.5) ein Ausdruck, der formal vollkommen analog ist dem entsprechenden auf ein Lorentzgas bezogenen. Die Größen mittlere freie Weglänge, Beweglichkeit, Diffusionskoeffizient und Thermodiffusionskoeffizient der Elektronen beziehen sich hier in allgemeiner Form auf ein Plasma unter Berücksichtigung der Elektronenwechselwirkung und könnten selbstverständlich bei Vernachlässigung derselben ebenfalls auf ein Lorentzgas bezogen werden. Im letzten Falle wäre es möglich, die hier entwickelten algebraischen Ausdrücke mit den (analytischen) Integralausdrücken der Theorie des Lorentzgases direkt numerisch zu vergleichen [21][22].

Für $p_{\text{ro}}^{(n)}$ ergibt sich nun nach obiger Bemerkung ein $p_{\text{x0}}^{(n)}$ analoger Ausdruck in r . Aus der Nebenbedingung folgt dann:

$$E_r = -\frac{5}{2} D_r \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}}. \quad (5.6)$$

Auch dieser Ausdruck läßt sich mit einem entsprechenden für ein Lorentzgas vergleichen [44].

Für die Berechnung des Wärmestroms wird noch $p_{\text{x1}}^{(n)}$ und $p_{\text{r1}}^{(n)}$ benötigt. Zunächst soll $w_{\text{er}}^{(n)}$ berechnet werden.

Es ist nach (5.1)

$$p_{\text{r1}}^{(n)} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left(E_r \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{11}^{(n)}} + \frac{5}{2} D_r \frac{\Delta_{11}^{(n)}}{\Delta_{11}^{(n)}} \right). \quad (5.7)$$

Für $w_{\text{er}}^{(n)}$ ergibt sich also mit der Nebenbedingung $j_{\text{er}} = 0$ nach (3.5)

$$w_{\text{er}}^{(n)} = \frac{15}{16} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta_{11}^{(n)}} \frac{5}{2} D_r \left(-\frac{(\Delta_{10}^{(n)})^2}{\Delta_{00}^{(n)}} + \Delta_{11}^{(n)} \right).$$

Unter Beachtung von (2.6) folgt

$$w_{\text{er}}^{(n)} = \frac{25}{4} \frac{3}{4} k_B w \frac{n_e}{n_a} \frac{\Delta_{0011}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (5.8)$$

Dabei wurde der Determinantensatz

$$\Delta_{00}^{(n)} \Delta_{11}^{(n)} - (\Delta_{10}^{(n)})^2 = \Delta_{0011}^{(n)} \Delta^{(n)} \quad (5.9)$$

verwendet. Es ist $\Delta_{0011}^{(n)}$ die Unterdeterminante von $\Delta_{00}^{(n)}$.

Der Satz lautet allgemein [52][53]

Eine μ -reihige Unterdeterminante der Reziproken einer vorgegebenen Determinante ist gleich dem Produkt aus der $(\mu - 1)$. Potenz dieser Determinante und der Adjunkte der homologen Unterdeterminante der vorgegebenen.

Hier und im folgenden wird er für $\mu = 2$ benötigt. Für $\mu = 2$ gilt

$$i_{aa} i_{\beta\beta} - i_{\beta a} i_{a\beta} = i_{aa\beta\beta} \Delta^{(n)} \quad (a, \beta = 0, 1, \dots, n) \quad (5.10)$$

mit $i_{\nu\mu}$ als Adjunkten von $I_{\nu\mu}$. Die Adjunkten sind im Anschluß an Dörrie [52] definiert $\Delta_{\nu\mu} = (-1)^{\nu+\mu} i_{\nu\mu}$.

Mit Hilfe der Definition der Wärmeleitfähigkeit λ_e gemäß

$$W_{er} = \lambda_e \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (5.11)$$

und der aus der Theorie des Lorentzgasen bekannten Größe [34]

$$\lambda_e = \frac{4}{3} \frac{1}{3} n_e \left(\frac{3}{2} k \right) \bar{v} \bar{\ell}_\lambda \quad (5.12)$$

kann nun die mittlere freie Weglänge in n. Näherung nach (5.8) definiert werden [29]

$$\bar{\ell}_\lambda = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{9}{4} \frac{25}{4} \frac{1}{n_a \left(I_{11} - \sum_{\ell=2}^n (-1)^\ell I_{\ell 1} \frac{\Delta_{00\ell 1}^{(n)}}{\Delta_{0011}^{(n)}} \right)} \quad (5.13)$$

Mit $p_{x1}^{(n)}$ analog $p_{r1}^{(n)}$ ergibt sich

$$W_{ex} = \frac{15}{16} n n_e w' \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta^{(n)}} \left\{ E_x (\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}) + \frac{5}{2} D_x (\Delta_{10}^{(n)} + \Delta_{11}^{(n)}) \right\}$$

oder (2.6) eingesetzt und umgeformt

$$W_{\text{ex}}^{(n)} = \frac{15}{16} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{11}^{(n)}} \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + \frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(n)} + \Delta_{11}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}} \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \quad (5.14)$$

Es kann nun $W_{\text{ex}}^{(n)}$ auf die Form $\lambda_e \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \text{Zusatzglied}$ gebracht werden. Dazu wird umgeformt mit (5.4)

$$\frac{15}{8} \frac{\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{11}^{(n)}} = \frac{15}{8} \frac{\Delta_{00}^{(n)}}{\Delta_{11}^{(n)}} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \right) = \frac{1}{3} n_a \frac{2}{\sqrt{11}} \bar{\ell}_6^{(n)} A^{(n)}$$

und

$$\begin{aligned} \frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(n)} + \Delta_{11}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}} &= \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2} \frac{1 + 2 \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} + \frac{\Delta_{11}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}}}{1 + \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}}} = \\ &= -\frac{5}{2} + \frac{25}{4} \frac{1}{A^{(n)}} \left\{ \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)}} \right)^2 + \frac{\Delta_{11}^{(n)} \Delta_{00}^{(n)} - (\Delta_{10}^{(n)})^2}{(\Delta_{00}^{(n)})^2} \right\}. \end{aligned}$$

Unter Anwendung des Determinantensatzes (5.9) und obiger Definition (5.13) gilt dann

$$\frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(n)} + \Delta_{11}^{(n)}}{\Delta_{00}^{(n)} + \Delta_{10}^{(n)}} = -\frac{5}{2} + A^{(n)} + \frac{2}{A^{(n)}} \frac{\bar{\ell}_1^{(n)}}{\bar{\ell}_6^{(n)}}.$$

In (5.14) eingesetzt ergibt sich

$$\begin{aligned} W_{\text{ex}}^{(n)} &= \frac{1}{2} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{1}{3} n_a \frac{2}{\sqrt{11}} \bar{\ell}_6^{(n)} A^{(n)} \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \right. \\ &\quad \left. + \left[\left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) + A^{(n)} - \frac{5}{2} + \frac{2}{A^{(n)}} \frac{\bar{\ell}_1^{(n)}}{\bar{\ell}_6^{(n)}} \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} W_{\text{ex}}^{(n)} &= \frac{1}{3} m n_e \frac{2kT}{m} \bar{v} \bar{\ell}_\lambda \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{3} m n_e \frac{2kT}{m} \bar{v} A^{(n)} \bar{\ell}_6 \frac{1}{2} \times \\ &\quad \times \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \left[\left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) + A^{(n)} - \frac{5}{2} \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Daraus folgt schließlich

$$W_{ex}^{(n)} = \lambda_e^{(n)} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{kT}{e} A^{(n)} j_{ex}^{(n)} \quad (5.15)$$

$W_{ex}^{(n)}$ definiert also eine Wärmeleitung, die der Nebenbedingung, daß der mit ihm verbundene Strom gleich 0 ist, nicht unterliegt. Dieser Wärmestrom ist größer als der mit dieser Nebenbedingung verbundene.

6. Zur Integration der Boltzmann-Gleichung unter dem Einfluß magnetischer Felder

Es soll nunmehr der Fall betrachtet werden, daß Magnetfelder vorhanden sind. Als Magnetfelder werden im folgenden das Eigenmagnetfeld der zylindrischen Entladung und ein longitudinal angelegtes künstliches Magnetfeld zugelassen. Es wird gezeigt, daß die Integration der Boltzmann-Gleichung bis zur n . Näherung möglich ist dann, wenn entweder nur die Wirksamkeit des Eigenmagnetfeldes oder eines longitudinalen Magnetfeldes betrachtet wird. Dagegen ist die Integration der Boltzmann-Gleichung bei gleichzeitigem Vorhandensein eines Eigenmagnetfeldes und eines longitudinalen Magnetfeldes nur bis zur 2. Näherung gelungen.

Im folgenden wird also die Integration der Boltzmann-Gleichung mit Eigenmagnetfeld, anschließend die Integration mit longitudinalem Magnetfeld und schließlich die Entwicklung bis zur 2. Näherung unter den oben angegebenen allgemeinsten Bedingungen dargestellt.

7. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung mit Eigenmagnetfeld

Es wird jetzt der Fall betrachtet, daß nur ein Eigenmagnetfeld vorhanden ist, also $\omega_\varphi \neq 0$, $\omega_x = 0$. Aus (7.1) folgt dann

$$0 = \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{\varphi\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa} \quad (\kappa = 0, 1, 2, \dots, n), \quad (7.1)$$

also

$$\sum_{\nu=0}^n p_{\varphi\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa} = 0.$$

Daher wird ebenso wie beim magnetfeldfreien Fall $p_{\varphi\nu}^{(n)} = 0$. Mithin sind nur folgende zwei Gleichungssysteme vorhanden

$$E_x \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D_x \delta_{1\kappa} = -\frac{2}{3} \frac{\omega_\varphi}{B(\kappa+1, \frac{3}{2})} p_{r\kappa}^{(n)} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{x\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa}, \quad (7.2)$$

$$E_r \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D_r \delta_{1\kappa} = \frac{2}{3} \frac{\omega_\varphi}{B(\kappa+1, \frac{3}{2})} p_{x\kappa}^{(n)} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{r\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa}.$$

Nunmehr wird hier-wie bereits in der Einleitung bemerkt-die Methodik von Landshoff [13] angewandt. Es wird die zweite Gleichung mit i multipliziert und beide Gleichungen addiert, so daß man eine Gleichung im Komplexen erhält, was für die folgenden Rechnungen vorteilhaft ist. Die nachfolgende Trennung von Real- und Imaginärteil ermöglicht dann die Berechnung der Transportkoeffizienten $j_{ex}^{(n)}$, $W_{ex}^{(n)}$ und $W_{er}^{(n)}$ auf einfache Weise. Es wird hierbei ein Plasma mit Atomen und Ionen vorausgesetzt im Gegensatz zur Behandlung von Landshoff, der in vereinfachter Form nur vollständig ionisierte Plasmen betrachtet hat. Infolgedessen geht die folgende Behandlung über die Ausführungen von Landshoff hinaus, zumal Landshoff seine Entwicklungen nur bis zur zweiten Näherung durchgeführt hat, während hier

allgemein die n. Näherung angegeben wird.

Nun werden die beiden Gleichungssysteme (7.2) weiter behandelt. Die zweite Gleichung mit i multipliziert und beide addiert, wobei gesetzt wird

$$D_x + i D_r = D, \quad E_x + i E_r = E, \quad p_{xv}^{(n)} + i p_{rv}^{(n)} = p_v^{(n)}, \quad (7.3)$$

ergibt

$$E \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D \delta_{1\kappa} = \frac{2}{3} \frac{i \omega \varphi}{B(\kappa + 1, \frac{3}{2})} p_{\kappa}^{(n)} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa} \\ (\kappa = 0, 1, 2 \dots n)$$

oder

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (E \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D \delta_{1\kappa}) = \frac{i \omega \varphi}{w n_a B(\kappa + 1, \frac{3}{2})} p_{\kappa}^{(n)} + \sum_{\nu=0}^n p_{\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa} \quad (7.4)$$

mit der Determinante

$$\Delta_{\omega \varphi}^{(n)} = \begin{vmatrix} I_{00} + i \frac{\omega \varphi}{w n_a B(1, \frac{3}{2})} & I_{10} & \dots & I_{n0} \\ I_{01} & I_{11} + i \frac{\omega \varphi}{w n_a B(2, \frac{3}{2})} & \dots & I_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{0n} & I_{1n} & \dots & I_{nn} + i \frac{\omega \varphi}{w n_a B(n+1, \frac{3}{2})} \end{vmatrix}$$

$\Delta_{\omega \varphi, \nu \kappa}^{(n)}$ sind die zu $I_{\nu \kappa} + i \frac{\omega \varphi}{w n_a B(\kappa + 1, \frac{3}{2})} \delta_{\nu \kappa}$ ($\nu, \kappa = 0 \dots n$)

gehörigen Unterdeterminanten. Ausgeschrieben ergibt sich folgendes System von Gleichungen

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E = \frac{1}{w n_a} \frac{i \omega \varphi}{B(1, \frac{3}{2})} p_0^{(n)} + p_0^{(n)} I_{00} + p_1^{(n)} I_{10} + \dots$$

$$- \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D = p_0^{(n)} I_{01} + \frac{1}{w n_a} \frac{i \omega \varphi}{B(2, \frac{3}{2})} p_1^{(n)} + p_1^{(n)} I_{11} + \dots$$

$$0 = p_0^{(n)} I_{02} + p_1^{(n)} I_{12} + \frac{1}{w n_a} \frac{i \omega \varphi}{B(3, \frac{3}{2})} p_2^{(n)} + p_2^{(n)} I_{22} + \dots$$

Die Stromdichte ist nun nach (3.3) in n. Näherung

$$j_e^{(n)} = \frac{1}{2} e n_e w^2 p_0^{(n)} \quad (7.5)$$

und der Wärmestrom nach (3.5)

$$W_e^{(n)} = \frac{5}{8} m n_e w^4 (p_0^{(n)} - p_1^{(n)}). \quad (7.6)$$

Zur Berechnung von $j_e^{(n)}$ und $W_e^{(n)}$ werden also $p_0^{(n)}$ und $p_1^{(n)}$ benötigt. Diese ergeben sich aus obigem System (7.4)

$$p_0^{(n)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left(E \frac{\Delta \omega_{y00}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} + \frac{5}{2} D \frac{\Delta \omega_{y10}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} \right), \quad (7.7)$$

$$p_1^{(n)} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left(E \frac{\Delta \omega_{y10}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} + \frac{5}{2} D \frac{\Delta \omega_{y11}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} \right). \quad (7.8)$$

Es wird also (7.5)

$$j_e^{(n)} = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \left(E \frac{\Delta \omega_{y00}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} + \frac{5}{2} D \frac{\Delta \omega_{y10}^{(n)}}{\Delta \omega_y^{(n)}} \right).$$

Hier ist nun

$$j_e^{(n)} = j_{ex}^{(n)} + i j_{er}^{(n)} \quad (7.9)$$

und weiter nach (2.6) und (7.3)

$$E = \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) +$$

$$i \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_r + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right\},$$

$$D = \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + i \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

Nach (7.9) gilt dann

$$j_{\text{ex}}^{(n)} \omega_y + i j_{\text{er}}^{(n)} \omega_y = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \left\{ (E_x + i E_r) \frac{\text{Re}(\Delta \omega_{y00}^{(n)}) + i \text{Im}(\Delta \omega_{y00}^{(n)})}{\text{Re}(\Delta \omega_y^{(n)}) + i \text{Im}(\Delta \omega_y^{(n)})} + \frac{5}{2} (D_x + i D_r) \frac{\text{Re}(\Delta \omega_{y10}^{(n)}) + i \text{Im}(\Delta \omega_{y10}^{(n)})}{\text{Re}(\Delta \omega_y^{(n)}) + i \text{Im}(\Delta \omega_y^{(n)})} \right\}^*$$

Nun wird die geschweifte Klammer

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ (E_x + i E_r) (\text{Re}_{00} \text{Re} - i \text{Re}_{00} \text{Im} + i \text{Re} \text{Im}_{00} + \text{Im}_{00} \text{Im}) \right. \\ & + \frac{5}{2} (D_x + i D_r) (\text{Re}_{10} \text{Re} - i \text{Re}_{10} \text{Im} + i \text{Re} \text{Im}_{10} + \text{Im}_{10} \text{Im}) \left. \right\} = \\ & \frac{1}{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_x (\text{Re}_{00} \text{Re} + \text{Im}_{00} \text{Im}) + E_r (\text{Re}_{00} \text{Im} - \text{Re} \text{Im}_{00}) \right. \\ & + i E_x (-\text{Re}_{00} \text{Im} + \text{Re} \text{Im}_{00}) + i E_r (\text{Re}_{00} \text{Re} + \text{Im}_{00} \text{Im}) \\ & + \frac{5}{2} D_x (\text{Re}_{10} \text{Re} + \text{Im}_{10} \text{Im}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re}_{10} \text{Im} - \text{Re} \text{Im}_{10}) \\ & + i \frac{5}{2} D_x (-\text{Re}_{10} \text{Im} + \text{Re} \text{Im}_{10}) + i \frac{5}{2} D_r (\text{Re}_{10} \text{Re} + \text{Im}_{10} \text{Im}) \left. \right\}. \end{aligned}$$

Real- und Imaginärteil getrennt ergeben

$$\begin{aligned} j_{\text{ex}}^{(n)} \omega_y &= \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_x (\text{Re}_{00} \text{Re} + \text{Im}_{00} \text{Im}) \right. \\ & + E_r (\text{Re}_{00} \text{Im} - \text{Re} \text{Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x (\text{Re}_{10} \text{Re} + \text{Im}_{10} \text{Im}) \\ & \left. + \frac{5}{2} D_r (\text{Re}_{10} \text{Im} - \text{Re} \text{Im}_{10}) \right\}, \end{aligned} \quad (7.10)$$

* In der Folge werden zur Vereinfachung der Schreibweise die Abkürzungen $\text{Re}(\Delta \omega_{y\kappa\ell}^{(n)}) = \text{Re}_{\kappa\ell}$, $\text{Re}(\Delta \omega_y^{(n)}) = \text{Re}$, entsprechend für Im eingeführt.

$$j_{er}^{(n)} \omega_f = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a \text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_x (\text{Re Im}_{00} - \text{Re}_{00} \text{Im}) + E_r (\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x (\text{Re Im}_{10} - \text{Re}_{10} \text{Im}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}) \right\} = 0. \quad (7.11)$$

Aus der Nebenbedingung $j_{er} \omega_f = 0$ ergibt sich dann

$$E_r = \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x (\text{Re}_{00} \text{Im} - \text{Re Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x * (\text{Re}_{10} \text{Im} - \text{Re Im}_{10}) - \frac{5}{2} D_r (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}) \right\}. \quad (7.12)$$

Dies wird in (7.10) eingesetzt

$$j_{ex}^{(n)} \omega_f = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a \text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_x (\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}) + \frac{\text{Re}_{00} \text{Im} - \text{Re Im}_{00}}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left[E_x (\text{Re}_{00} \text{Im} - \text{Re Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x (\text{Re}_{10} \text{Im} - \text{Re Im}_{10}) - \frac{5}{2} D_r (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}) \right] + \frac{5}{2} D_x (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re}_{10} \text{Im} - \text{Re Im}_{10}) \right\}.$$

Es wird nun die geschweifte Klammer ausgerechnet

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x \left[(\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00})^2 + (\text{Re}_{00} \text{Im} - \right. \right. \\
 & \left. \left. \text{Re Im}_{00})^2 \right] + \frac{5}{2} D_x (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} \text{Im}^2 - \text{Re Re}_{10} \text{Im Im}_{00} - \text{Re Re}_{00} \right. \\
 & \left. \text{Im Im}_{10} + \text{Re}^2 \text{Im}_{00} \text{Im}_{10} + \text{Re}^2 \text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Re Re}_{10} \text{Im Im}_{00} + \right. \\
 & \left. \text{Re Re}_{00} \text{Im Im}_{10} + \text{Im}^2 \text{Im}_{00} \text{Im}_{10}) + \frac{5}{2} D_r (-\text{Re Re}_{00} \text{Re}_{10} \text{Im} + \right. \\
 & \left. \text{Re}^2 \text{Re}_{10} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{00} \text{Im}^2 \text{Im}_{10} + \text{Re Im Im}_{00} \text{Im}_{10} + \text{Re Re}_{00} \text{Re}_{10} \text{Im} + \right. \\
 & \left. \text{Re}_{10} \text{Im}^2 \text{Im}_{00} - \text{Re}^2 \text{Re}_{00} \text{Im}_{10} - \text{Re Im Im}_{00} \text{Im}_{10}) \right\} = \\
 & \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x (\text{Re}^2 + \text{Im}^2) (\text{Re}_{00}^2 + \text{Im}_{00}^2) + \frac{5}{2} D_x \right. \\
 & \left. \times (\text{Re}^2 + \text{Im}^2) (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{10}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re}^2 + \text{Im}^2) \right. \\
 & \left. \times (\text{Re}_{10} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{00} \text{Im}_{10}) \right\} .
 \end{aligned}$$

Somit wird

$$\begin{aligned}
 j_{ex}^{(n)} \omega_f &= \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x (\text{Re}_{00}^2 + \text{Im}_{00}^2) \right. \\
 & \left. + \frac{5}{2} D_x (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{10}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re}_{10} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{00} \text{Im}_{10}) \right\} .
 \end{aligned}$$

und unter Beachtung von (2.6)

$$j_{\text{ex}\omega_\varphi}^{(n)} = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re } \text{Re}_{00} + \text{Im } \text{Im}_{00}} \left\{ \left[\frac{2}{w} \frac{e}{m} G_x + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] (\text{Re}_{00}^2 + \text{Im}_{00}^2) + \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{10}) + \right. \\ \left. \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) (\text{Re}_{10} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{00} \text{Im}_{10}) \right\}. \quad (7.13)$$

Es werden nun entsprechend dem magnetfeldfreien Fall mittlere freie Weglänge, Beweglichkeit, Diffusionskoeffizient, die Größe A und der Thermodiffusionskoeffizient eingeführt, und zwar so, daß $j_{\text{ex}\omega_\varphi}^{(n)}$ auf eine Form gebracht werden kann, so daß für $\omega_\varphi = 0$ unmittelbar die Übereinstimmung mit $j_{\text{ex}}^{(n)}$ zu erkennen ist. Dabei sind selbstverständlich $\bar{\ell}_{\sigma\omega_\varphi}^{(n)}$, $b_{e\omega_\varphi}^{(n)}$, $D_{e\omega_\varphi}^{(n)}$, $A_{\omega_\varphi}^{(n)}$ und $D_{\text{eTh}\omega_\varphi}^{(n)}$ so definiert, daß sie für $\omega_\varphi = 0$ sofort die im magnetfeldfreien Fall definierten Größen ergeben. Es ist also

$$\bar{\ell}_{\sigma\omega_\varphi}^{(n)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{1}{n_a} \frac{1}{\frac{\text{Re}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im } \text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00} \text{Re}_{00}}}, \\ b_{e\omega_\varphi}^{(n)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{1}{v} \right) \bar{\ell}_{\sigma\omega_\varphi}^{(n)}, \\ D_{e\omega_\varphi}^{(n)} = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\ell}_{\sigma\omega_\varphi}^{(n)}, \\ A_{\omega_\varphi}^{(n)} = \frac{5}{2} \left(1 + \frac{\text{Re}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right), \\ D_{\text{eTh}\omega_\varphi}^{(n)} = D_{e\omega_\varphi}^{(n)} (A_{\omega_\varphi}^{(n)} - \frac{5}{2}), \\ \text{dann wird (7.13)}$$

$$j_{\text{ex}\omega_\varphi}^{(n)} = e n_e \left\{ \left[b_{e\omega_\varphi}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_\varphi}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{\text{eTh}\omega_\varphi}^{(n)} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \times \right. \\ \times \left[1 + \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right)^2 \right] + D_{e\omega_\varphi}^{(n)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[\frac{5}{2} \left(\frac{\text{Re}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im}_{00} \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00} \text{Re}_{00}} \right) - (A_{\omega_\varphi}^{(n)} - \frac{5}{2}) \right] \times \\ \times \left[1 + \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right)^2 \right] + D_{e\omega_\varphi}^{(n)} \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \left[\frac{\text{Re}_{10} \text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00} \text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right] \left. \right\}.$$

Durch Umformung werden die mit $D_{e\omega_y}^{(n)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right)$ und $D_{e\omega_y}^{(n)} \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right)$ multiplizierten Klammern

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} \frac{\text{Re}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00} \text{Re}_{00}} - \frac{5}{2} \frac{\text{Re}_{10}}{\text{Re}_{00}} - A_{\omega_y}^{(n)} \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right)^2 + \frac{5}{2} \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right)^2 \\ &= - \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \left(A_{\omega_y}^{(n)} \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right) \end{aligned}$$

und

$$\frac{2}{5} (A_{\omega_y}^{(n)} - \frac{5}{2}) \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{\text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} = \frac{2}{5} A_{\omega_y}^{(n)} \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{\text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}}.$$

Dann ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned} j_{ex\omega_y}^{(n)} &= e n_e \left\{ \left[b_{e\omega_y}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_y}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{eTh\omega_y}^{(n)} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[1 + \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right)^2 \right] + D_{e\omega_y}^{(n)} \left[\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left(-\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \left[-\frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_y}^{(n)} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7.15)$$

Der Ausdruck für $j_{ex\omega_y}^{(n)}$ (7.15) geht mit $\omega_y = 0$ (kein Eigenmagnetfeld) nunmehr sofort in den entsprechenden für $j_{ex}^{(n)}$ (5.5) über, da, wie ohne weiteres zu erkennen, $\omega_y = 0$ einerseits sämtliche Imaginärglieder zu Null macht, während andererseits die Ausdrücke $b_{e\omega_y}^{(n)}$, $D_{e\omega_y}^{(n)}$ und $D_{eTh\omega_y}^{(n)}$ ihrer Definition nach in die Ausdrücke $b_e^{(n)}$, $D_e^{(n)}$ und $D_{eTh}^{(n)}$ übergehen.

Für den Wärmestrom ergibt sich mit (7.7) und (7.8)

$$W_e^{(n)} = \frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \left(E \frac{\Delta \omega_{p00} + \Delta \omega_{p10}}{\Delta \omega_p^{(n)}} + \frac{5}{2} D \frac{\Delta \omega_{p10} + \Delta \omega_{p11}}{\Delta \omega_p^{(n)}} \right) \quad (7.16)$$

Hier ist dann

$$W_e^{(n)} = W_{ex}^{(n)} + i W_{er}^{(n)} \quad (7.17)$$

und nach (7.16) gilt

$$\begin{aligned} W_{ex\omega_p}^{(n)} + i W_{er\omega_p}^{(n)} &= \frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \left\{ (E_x + i E_r) \frac{1}{Re^2 + Im^2} * \right. \\ &* \left[(Re - i Im)(Re_{00} + i Im_{00} + Re_{10} + i Im_{10}) \right] + \frac{5}{2} (D_x + i D_r) * \\ &* \frac{1}{Re^2 + Im^2} \left[(Re - i Im)(Re_{10} + i Im_{10} + Re_{11} + i Im_{11}) \right] \left. \right\}. \end{aligned}$$

Die geschweifte Klammer wird

$$\begin{aligned} &\frac{1}{Re^2 + Im^2} \left\{ (E_x + i E_r)(Re Re_{00} + i Re Im_{00} + Re Re_{10} + \right. \\ &i Re Im_{10} - i Re_{00} Im + Im Im_{00} - i Re_{10} Im + Im Im_{10}) + \\ &\frac{5}{2} (D_x + i D_r)(Re Re_{10} + i Re Im_{10} + Re Re_{11} + i Re Im_{11} - \\ &i Re_{10} Im + Im Im_{10} - i Re_{11} Im + Im Im_{11}) \left. \right\}. \end{aligned}$$

Durch Trennung in Real- und Imaginärteil ergibt sich

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega_p}^{(4)} &= \frac{15}{16} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re^2 + Im^2} \left\{ E_x \left[Re(Re_{00} + Re_{10}) + \right. \right. \\
 &Im(Im_{00} + Im_{10}) \left. \right] + E_r \left[-Re(Im_{00} + Im_{10}) + Im(Re_{00} + Re_{10}) \right] \\
 &+ \frac{5}{2} D_x \left[Re(Re_{10} + Re_{11}) + Im(Im_{10} + Im_{11}) \right] + \frac{5}{2} D_r^* \\
 &\left. \left[Re(-Im_{10} - Im_{11}) + Im(Re_{10} + Re_{11}) \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

und

$$\begin{aligned}
 W_{er\omega_p}^{(4)} &= \frac{15}{16} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re^2 + Im^2} \left\{ E_x \left[Re(Im_{00} + Im_{10}) + \right. \right. \\
 &Im(-Re_{00} - Re_{10}) \left. \right] + E_r \left[Re(Re_{00} + Re_{10}) + Im(Im_{00} + Im_{10}) \right] \\
 &+ \frac{5}{2} D_x \left[Re(Im_{10} + Im_{11}) + Im(-Re_{10} - Re_{11}) \right] + \frac{5}{2} D_r^* \\
 &\left. \left[Re(Re_{10} + Re_{11}) + Im(Im_{10} + Im_{11}) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{7.19}$$

Nach Einführung der Nebenbedingung (7.12) wird nun die geschweifte Klammer von (7.19)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00}} \left\{ E_x \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + (-\operatorname{Re}_{00} - \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + (-\operatorname{Re}_{00} - \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}^2 (\operatorname{Im}_{00} + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Re}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) \right] \right. \\
 & \quad \left. + \frac{5}{2} D_x \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) - \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) - \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}^2 (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Im} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Re}^2 \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) \right] + \frac{5}{2} D_r \right. \\
 & \quad \left. \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{10} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) - \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) \right] \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x (\text{Re}^2 + \text{Im}^2) (\text{Re}_{00} \text{Im}_{00} + \text{Re}_{00} \text{Im}_{10} - \right. \\ \text{Re}_{00} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{10} \text{Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x \left[\text{Re}^2 (\text{Re}_{00} \text{Im}_{10} + \text{Re}_{00} \text{Im}_{11} - \right. \\ \text{Re}_{00} \text{Im}_{10} - \text{Re}_{10} \text{Im}_{10}) + \text{Im}^2 (-\text{Re}_{10} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{11} \text{Im}_{00} + \\ \text{Re}_{10} \text{Im}_{00} + \text{Re}_{10} \text{Im}_{10}) + \text{Re Im} (-\text{Re}_{00} \text{Re}_{11} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{11} + \\ \text{Re}_{10}^2 - \text{Im}_{10}^2) \left. \right] + \frac{5}{2} D_r \left[\text{Re}^2 (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Re}_{00} \text{Re}_{11} - \right. \\ \text{Re}_{00} \text{Re}_{10} - \text{Re}_{10}^2) + \text{Im}^2 (\text{Im}_{00} \text{Im}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{11} - \text{Im}_{00} \text{Im}_{10} - \\ \text{Im}_{10}^2) + \text{Re Im} (\text{Re}_{00} \text{Im}_{11} + \text{Re}_{11} \text{Im}_{00} - 2 \text{Re}_{10} \text{Im}_{10}) \left. \right] \left. \right\}.$$

Es liegt nun nahe, anzunehmen, daß auch hier wie im magnetfeldfreien Fall der Determinantensatz (5.10) wesentliche Vereinfachungen bringt. Entsprechend dem Vorgehen hier liefert der Determinantensatz (5.10) in der Form

$$\Delta_{\omega_{p00}}^{(m)} \Delta_{\omega_{p11}}^{(m)} - (\Delta_{\omega_{p10}}^{(m)})^2 = \Delta_{\omega_{p00}}^{(m)} \Delta_{\omega_{p0011}}^{(m)} \quad (7.20)$$

durch Trennung in Real- und Imaginärteil

$$(\text{Re}_{00} + i \text{Im}_{00})(\text{Re}_{11} + i \text{Im}_{11}) - (\text{Re}_{10} + i \text{Im}_{10})^2 = \\ \text{Re}_{00} \text{Re}_{11} + i (\text{Re}_{00} \text{Im}_{11} + \text{Re}_{11} \text{Im}_{00}) - \text{Im}_{00} \text{Im}_{11} - \text{Re}_{10}^2 +$$

$$+ \operatorname{Im}_{10}^2 - 2i \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10},$$

$$(\operatorname{Re}_{0011} + i \operatorname{Im}_{0011})(\operatorname{Re} + i \operatorname{Im}) = \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{0011} - \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{0011}$$

$$+ i (\operatorname{Re} \operatorname{Im}_{0011} + \operatorname{Re}_{0011} \operatorname{Im}).$$

Mithin ergeben sich die beiden Gleichungen

$$\operatorname{Re}_{00} \operatorname{Re}_{11} - \operatorname{Im}_{00} \operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Re}_{10}^2 + \operatorname{Im}_{10}^2 = \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{0011} - \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{0011}, \quad (7.21)$$

$$\operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}_{11} + \operatorname{Re}_{11} \operatorname{Im}_{00} - 2 \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10} = \operatorname{Re} \operatorname{Im}_{0011} + \operatorname{Re}_{0011} \operatorname{Im},$$

die weiterhin benutzt werden. In der Folge wird sich die obige Vermutung als richtig erweisen, tatsächlich führen die beiden Gleichungen (7.21,1) und (7.21,2), die dem Determinantensatz hier entsprechen, zu wesentlichen Vereinfachungen.

Es werden nun wieder die Klammerausdrücke einzeln berechnet. Es ist die mit $\sum_x D_x$ multiplizierte Klammer mit (7.21)

$$\operatorname{Re}^2 (\operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10} - \operatorname{Re}_{0011} \operatorname{Im}) + \operatorname{Im}^2 (-\operatorname{Re}_{11} \operatorname{Im}_{00} +$$

$$\operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Re} \operatorname{Im}_{0011}) = \operatorname{Re}^2 (\operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10} - \operatorname{Re}_{0011} \operatorname{Im})$$

$$+ \operatorname{Im}^2 (\operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}_{10} - \operatorname{Re}_{0011} \operatorname{Im}) =$$

$$= (\text{Re}^2 + \text{Im}^2)(\text{Re}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re}_{0011}\text{Im})$$

und die mit $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierte mit (7.21)

$$\begin{aligned} & \text{Re}^2(\text{Re}_{00}\text{Re}_{11} - \text{Re}_{10}^2 + \text{Im}_{00}\text{Im}_{11}) + \text{Im}^2(\text{Im}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2 + \\ & \text{Re}_{0011}) = (\text{Re}^2 + \text{Im}^2)(\text{Im}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2 + \text{Re}_{0011}). \end{aligned}$$

Dann wird (7.19)

$$\begin{aligned} W_{er\omega_f}^{(n)} = n_e kT \frac{15}{8} w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re}_{00}\text{Re}_{11} + \text{Im}_{00}\text{Im}_{11}} & \left\{ E_x(\text{Re}_{00}\text{Im}_{10} - \right. \\ \left. \text{Re}_{10}\text{Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_x(\text{Re}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re}_{0011}\text{Im}) + \right. & (7.22) \\ \left. \frac{5}{2} D_r(\text{Im}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2 + \text{Re}_{0011}) \right\}. \end{aligned}$$

Es wird nun die Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda_{e\omega_f}^{(n)} = \frac{4}{3} \frac{1}{3} n_e \left(\frac{3}{2} k \right) \bar{v} \bar{\ell}_{\lambda\omega_f}^{(n)} \quad (7.23)$$

eingeführt und zwar mit einer mittleren freien Weglänge $\bar{\ell}_{\lambda\omega_f}^{(n)}$ die analog obigen Bemerkungen so definiert wird, daß $W_{er\omega_f}^{(n)} = \lambda_{e\omega_f}^{(n)} \left(- \frac{\partial T}{\partial r} \right)$ - Zusatzglied geschrieben werden kann und sich für $\omega_f = 0$ der magnetfeldfreie Fall ergibt. Mithin muß $\bar{\ell}_{\lambda\omega_f}^{(n)}$ definiert werden

$$\bar{\ell}_{\lambda\omega_f}^{(n)} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{9}{4} \frac{25}{4} \frac{1 + \frac{\text{Im}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2}{\text{Re}_{00}\text{Re}_{0011}}}{n_a \left[\frac{\text{Re}_{00}}{\text{Re}_{0011}} + \frac{\text{Im}_{00}\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{0011}} \right]} \quad (7.24)$$

Dann wird mit (2.6) und (7.14₁)

$$\begin{aligned} W_{er\omega_f}^{(n)} &= n_e kT \frac{25}{4} \frac{9}{4} \frac{1}{3} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{4}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{n_a} \frac{1 + \frac{\text{Im}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2}{\text{Re}_{00}\text{Re}_{0011}}}{\frac{\text{Re}_{00}}{\text{Re}_{0011}} + \frac{\text{Im}_{00}\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{0011}}} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \\ &+ n_e kT \bar{\ell}_{e\omega_f}^{(n)} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{3} \frac{1}{\text{Re}_{00}} \frac{5}{2} w \frac{2}{w} \frac{e}{m} G_x (\text{Re}_{00}\text{Im}_{10} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{00}) \right. \\ &+ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{3} \frac{1}{\text{Re}_{00}} \frac{5}{2} w \left\{ \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) (\text{Re}_{00}\text{Im}_{10} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{00}) \right. \\ &\left. \left. + \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) (\text{Re}_{00}\text{Im}_{11} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re}_{0011}\text{Im}) \right\} \right] \end{aligned}$$

oder mit (7.14) und (7.24)

$$\begin{aligned} W_{er\omega_f}^{(n)} &= \lambda_{e\omega_f}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega_f}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_f}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \right. \\ &+ D_{eTh\omega_f}^{(n)} \left. \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[\frac{5}{2} \frac{\text{Re}_{10}\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} - \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right] \\ &+ D_{e\omega_f}^{(n)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[-\frac{5}{2} \frac{\text{Re}_{10}}{\text{Re}_{00}} \left(\frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_f}^{(n)} - \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right) \right. \\ &\left. \left. + \frac{25}{4} \left(-\frac{\text{Im}_{11}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Re}_{10}\text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Re}_{0011}\text{Im}}{\text{Re}_{00}} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{e\omega_p}^{(n)} &= \lambda_{e\omega_p}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega_p}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_p}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \right. \\
 &+ \left. \left. D_{eTh\omega_p}^{(n)} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[-\frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_p}^{(n)} \right] + D_{e\omega_p}^{(n)} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left(\frac{25}{4} \left[\frac{\text{Re}_{0011} \text{Im}}{\text{Re}_{00}} - \frac{\text{Im}_{11}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Re}_{10} \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right] - \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_p}^{(n)2} + \right. \\
 &\left. \left. \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_p}^{(n)} + \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_p}^{(n)} - \frac{25}{4} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} \right) \right\},
 \end{aligned}$$

Als Endformel ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned}
 W_{e\omega_p}^{(n)} &= \lambda_{e\omega_p}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega_p}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_p}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \right. \\
 &+ \left. \left. D_{eTh\omega_p}^{(n)} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[-\frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} + \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} A_{\omega_p}^{(n)} \right] + \\
 &D_{e\omega_p}^{(n)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left(\frac{25}{4} \left[\frac{\text{Re}_{0011} \text{Im}}{\text{Re}_{00}} - \frac{\text{Im}_{00} + 2 \text{Im}_{10} + \text{Im}_{11}}{\text{Re}_{00}} \right] \right. \\
 &\left. + 2 A_{\omega_p}^{(n)} \frac{5}{2} \frac{\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}}{\text{Re}_{00}} - (A_{\omega_p}^{(n)})^2 \frac{\text{Im}_{00}}{\text{Re}_{00}} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{7.25}$$

Es soll nun $W_{ex\omega_p}^{(n)}$ weiter berechnet werden. Nach Einführung der Nebenbedingung (7.12) wird die geschweifte Klammer von (7.18)

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00}} \left\{ E_x \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} \right. \right. \\
 & \left. \left. + (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{00} + \right. \right. \\
 & \left. \left. \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Re}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \right. \right. \\
 & \left. \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im}^2 (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) \right] + \right. \\
 & \frac{5}{2} D_x \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) + \right. \\
 & \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Im}_{10} + \operatorname{Im}_{11}) - \right. \\
 & \left. \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im}^2 (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \right. \\
 & \left. \operatorname{Re}^2 \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) \right] + \\
 & \frac{5}{2} D_r \left[\operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{00} (-\operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{00} \operatorname{Im} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \right. \\
 & \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{00} (-\operatorname{Im}_{11} - \operatorname{Im}_{10}) + \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{00} (\operatorname{Re}_{10} + \operatorname{Re}_{11}) + \right. \\
 & \left. \operatorname{Re}^2 \operatorname{Re}_{10} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Re} \operatorname{Re}_{10} \operatorname{Im} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) + \right. \\
 & \left. \operatorname{Re} \operatorname{Im} \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Im}_{00} + \operatorname{Im}_{10}) - \operatorname{Im}^2 \operatorname{Im}_{10} (\operatorname{Re}_{00} + \operatorname{Re}_{10}) \right] \Big\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \left\{ E_x (\text{Re}^2 + \text{Im}^2) \left[\text{Re}_{00} (\text{Re}_{00} + \text{Re}_{10}) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \text{Im}_{00} (\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}) \right] + \frac{5}{2} D_x \left[\text{Re}^2 (\text{Re}_{00} (\text{Re}_{10} + \text{Re}_{11}) + \right. \\
 &\quad \left. \text{Im}_{10} (\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10})) + \text{Im}^2 (\text{Im}_{00} (\text{Im}_{10} + \text{Im}_{11}) + \text{Re}_{10} \right. \\
 &\quad \left. \left. (\text{Re}_{00} + \text{Re}_{10})) + \text{Re Im} (\text{Re}_{00} \text{Im}_{11} + \text{Re}_{11} \text{Im}_{00} - \text{Re}_{10} \text{Im}_{10} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \text{Re}_{10} \text{Im}_{10}) \right] + \frac{5}{2} D_r \left[\text{Re}^2 (\text{Re}_{00} (-\text{Im}_{10} - \text{Im}_{11}) + \text{Re}_{10} (\text{Im}_{00} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \text{Im}_{10})) + \text{Im}^2 (\text{Im}_{00} (\text{Re}_{10} + \text{Re}_{11}) - \text{Im}_{10} (\text{Re}_{10} + \text{Re}_{00})) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \text{Re Im} (\text{Re}_{00} \text{Re}_{11} - \text{Re}_{10}^2 - \text{Im}_{00} \text{Im}_{11} + \text{Im}_{10}^2) \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Unter Beachtung von (7.21,1) und (7.21,2) werden nun wieder die Klammerausdrücke einzeln betrachtet. Es ist die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte Klammer mit

$$\begin{aligned}
 &(\text{Re}^2 + \text{Im}^2) (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{10}) + \text{Re}^2 (\text{Im Im}_{0011} + \text{Re}_{00} \text{Re}_{11} \\
 &+ \text{Im}_{10}^2) + \text{Im}^2 (\text{Re Re}_{0011} + \text{Re}_{10}^2 + \text{Im}_{00} \text{Im}_{11}) = \\
 &(\text{Re}^2 + \text{Im}^2) (\text{Re}_{00} \text{Re}_{10} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{10} + \text{Re}_{10}^2 + \text{Re Re}_{0011} + \text{Im}_{00} \text{Im}_{11})
 \end{aligned}$$

und die mit $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierte

$$\begin{aligned}
 & (\text{Re}^2 + \text{Im}^2)(\text{Re}_{10}\text{Im}_{00} - \text{Re}_{00}\text{Im}_{10}) + \text{Re}^2(-\text{Re}_{00}\text{Im}_{11} + \\
 & \text{Re}_{10}\text{Im}_{10}) + \text{Im}^2(\text{Re}_{11}\text{Im}_{00} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10}) + \text{Re Im}(\text{Re Re}_{0011} - \\
 & \text{Im Im}_{0011}) = (\text{Re}^2 + \text{Im}^2)(\text{Re}_{10}\text{Im}_{00} - \text{Re}_{00}\text{Im}_{10}) + \text{Re}^2 * \\
 & * (-\text{Re}_{00}\text{Im}_{11} + \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} + \text{Im Re}_{0011}) + \text{Im}^2(\text{Re}_{11}\text{Im}_{00} - \\
 & \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re Im}_{0011}) = (\text{Re}^2 + \text{Im}^2)(\text{Re}_{10}\text{Im}_{00} - \\
 & \text{Re}_{00}\text{Im}_{10} + \text{Re}_{11}\text{Im}_{00} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re Im}_{0011}).
 \end{aligned}$$

Dann wird (7.18)

$$\begin{aligned}
 W_{\text{ex}\omega\psi}^{(n)} = n_e kT \frac{15}{8} w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} & \left\{ E_x(\text{Re}_{00}^2 + \right. \\
 \text{Re}_{00}\text{Re}_{10} + \text{Im}_{00}^2 + \text{Im}_{00}\text{Im}_{10}) + \frac{5}{2} D_x(\text{Re}_{00}\text{Re}_{10} + \text{Im}_{00}\text{Im}_{10} + & \\
 \text{Re}_{10}^2 + \text{Re Re}_{0011} + \text{Im}_{00}\text{Im}_{11}) + \frac{5}{2} D_r(\text{Re}_{10}\text{Im}_{00} - & \\
 \left. \text{Re}_{00}\text{Im}_{10} + \text{Re}_{11}\text{Im}_{00} - \text{Re}_{10}\text{Im}_{10} - \text{Re Im}_{0011}) \right\}. & \quad (7.26)
 \end{aligned}$$

Es wird nun die mittlere freie Weglänge $\bar{\ell}_{\lambda\omega\psi}^{(n)}$ (7.24)

und die Wärmeleitfähigkeit $\lambda_{e\omega_y}^{(n)}$ (7.23) in (7.26) eingeführt, damit $W_{ex\omega_y}^{(n)}$ ebenfalls auf eine Form gebracht werden kann, so daß sich für $\omega_y = 0$ unmittelbar der magnetfeldfreie Fall ergibt. Also wird mit (2.6) und (7.14,1)

$$W_{ex\omega_y}^{(n)} = \lambda_{e\omega_y}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \frac{\bar{\ell}_{e\omega_y}^{(n)}}{Re_{oo}^2} \left[\left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{3} \frac{5}{2} \frac{1}{w} \frac{e}{m} G_x + \right. \right. \\ \left. \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{3} \frac{5}{2} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) (Re_{oo} Re_{1o} + Im_{oo}^2 + Im_{oo} Im_{1o} + \right. \\ \left. Re_{oo}^2) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{3} \frac{5}{2} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{5}{2} (Re_{oo} Re_{1o} + Im_{oo} Im_{1o} + Re_{1o}^2 + \right. \\ \left. Re Re_{ool1} + Im_{oo} Im_{11}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{3} \frac{25}{4} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) (Re_{1o} Im_{oo} - \right. \\ \left. Re_{oo} Im_{1o} + Re_{11} Im_{oo} - Re_{1o} Im_{1o} - Re Im_{ool1}) \right] - \lambda_{e\omega_y}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

und $\lambda_{e\omega_y}^{(n)}$ umgeformt

$$\lambda_{e\omega_y}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) = n_e kT \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{25}{4} \frac{1}{n_a} \\ \cdot \frac{Re Re_{ool1} + Im_{oo} Im_{11} - Im_{1o}^2}{Re Re_{oo} + Im Im_{oo}} = n_e kT \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{1}{3} \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \\ \cdot \bar{\ell}_{e\omega_y}^{(n)} \frac{1}{Re_{oo}^2} \frac{25}{4} (Re Re_{ool1} + Im_{oo} Im_{11} - Im_{1o}^2).$$

Damit wird mit (7.14)

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega_f}^{(n)} &= \lambda_{e\omega_f}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \left\{ \left(b_{e\omega_f}^{(n)} G_x + \left\{ D_{e\omega_f}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \right. \\
 &+ D_{eTh\omega_f}^{(n)} \left. \left. \left. \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right) \right\} \frac{5}{2} \left[1 + \frac{Re_{10}}{Re_{00}} + \frac{Im_{00}}{Re_{00}} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} \right] + \right. \\
 &D_{e\omega_f}^{(n)} \left[\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{25}{4} \left(\frac{1}{Re_{00}^2} (Re_{00} Re_{10} + Im_{00} Im_{10} + Re_{10}^2 + \right. \right. \\
 &Re Re_{0011} + Im_{00} Im_{11} - Re Re_{0011} - Im_{00} Im_{11} + Im_{10}^2 - \\
 &Re_{00} Re_{10} - Re_{10}^2) - \frac{Re_{10}}{Re_{00}} \frac{Im_{00}}{Re_{00}} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} \left. \right) + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{25}{4} \cdot \\
 &\cdot \frac{1}{Re_{00}^2} (Re_{10} Im_{00} - Re_{00} Im_{10} + Re_{11} Im_{00} - Re_{10} Im_{10} - \\
 &Re_{00} Im_{11} - Re_{11} Im_{00} + 2 Re_{10} Im_{10} + Re_{0011} Im) \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Als Endformel ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega_f}^{(n)} &= \lambda_{e\omega_f}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega_f}^{(n)} G_x + \left(D_{e\omega_f}^{(n)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \right. \\
 &+ D_{eTh\omega_f}^{(n)} \left. \left. \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[A_{\omega_f}^{(n)} + \frac{Im_{00}}{Re_{00}} \frac{5}{2} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} \right] + D_{e\omega_f}^{(n)} \cdot \right. \\
 &\cdot \left[\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left(-\frac{5}{2} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} \right) \left(-\frac{5}{2} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} + \frac{Im_{00}}{Re_{00}} A_{\omega_f}^{(n)} \right) + \right. \quad (7.27) \\
 &\left. \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \left(\frac{25}{4} \left[\frac{Re_{0011} Im}{Re_{00}^2} - \frac{Im_{00} + 2 Im_{10} + Im_{11}}{Re_{00}} \right] + \right. \\
 &\left. \left. \frac{5}{2} \frac{Im_{00} + Im_{10}}{Re_{00}} A_{\omega_f}^{(n)} \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

8. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung mit longitudinalelem Magnetfeld

Es sei nun ein longitudinales Magnetfeld allein wirksam, $\omega_x \neq 0$, $\omega_y = 0$, dann ergeben sich nach (4.1) folgende drei Gleichungssysteme

$$E_x \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D_x \delta_{1\kappa} = \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{x\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa},$$

$$E_r \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D_r \delta_{1\kappa} = -\frac{2}{3} \frac{\omega_x}{B(\kappa+1, \frac{3}{2})} p_{\varphi\kappa}^{(n)} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{r\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa}, \quad (8.1)$$

$$0 = \frac{2}{3} \frac{\omega_x}{B(\kappa+1, \frac{3}{2})} p_{r\kappa}^{(n)} + \frac{2}{3} w n_a \sum_{\nu=0}^n p_{\varphi\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa}.$$

Weder (8.14) noch (8.13) enthalten $p_{x\nu}^{(n)}$, daher ist die x-Komponente vom Magnetfeld nicht beeinflusst. Es ergibt sich also aus dem Gleichungssystem (8.1, 1) allein wie im magnetfeldfreien Fall

$$\begin{aligned} j_{ex\omega_x}^{(n)} &= j_{ex}^{(n)}, \\ W_{ex\omega_x}^{(n)} &= W_{ex}^{(n)}. \end{aligned} \quad (8.2)$$

Zur Berechnung der radialen Komponente $W_{er\omega_x}^{(n)}$ wird gebildet analog dem Fall bei nur vorhandenem Eigenmagnetfeld (8.12) + i (8.13). Mit $p_{r\nu}^{(n)} + i p_{\varphi\nu}^{(n)} = q_{\nu}^{(n)}$ ergibt sich dann

$$\frac{2}{3} \frac{1}{w n_a} (E_r \delta_{0\kappa} - \frac{5}{2} D_r \delta_{1\kappa}) = \frac{i \omega_x q_{\kappa}^{(n)}}{w n_a B(\kappa+1, \frac{3}{2})} + \sum_{\nu=0}^n q_{\nu}^{(n)} I_{\nu\kappa}. \quad (8.3)$$

Da dasselbe Gleichungssystem wie im ω_y -Fall vorliegt, nur ω_y mit ω_x , E mit E_r und D mit D_r vertauscht ist, wird

$$q_0^{(n)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left(E_r \frac{\Delta \omega_{x00}^{(n)}}{\Delta \omega_x^{(n)}} + \frac{5}{2} D_r \frac{\Delta \omega_{x10}^{(n)}}{\Delta \omega_x^{(n)}} \right), \quad (8.4)$$

$$q_1^{(n)} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left(E_r \frac{\Delta \omega_{x10}^{(n)}}{\Delta \omega_x^{(n)}} + \frac{5}{2} D_r \frac{\Delta \omega_{x11}^{(n)}}{\Delta \omega_x^{(n)}} \right), \quad (8.5)$$

dabei enthält $\Delta \omega_x^{(n)}$ die Elemente $I_{\nu\mu} + i \frac{\omega_x}{w n_a B(\mu+1, \frac{3}{2})} \delta_{\nu\mu}$

($\nu, \mu = 0, 1, \dots, n$), und $\Delta \omega_{x\nu\mu}^{(n)}$ sind die zu $I_{\nu\mu} + i \frac{\omega_x}{w n_a B(\mu+1, \frac{3}{2})} \delta_{\nu\mu}$

gehörigen Unterdeterminanten. Unter Beachtung von $E_\varphi = 0$, $D_\varphi = 0$ wird also (3.3)

$$j_{er\omega_x}^{(n)} = \frac{3}{4} e n_e w \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_r (\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}) + \frac{5}{2} D_r (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}) \right\}.$$

Mit der Nebenbedingung $j_{er\omega_x}^{(n)} = 0$ ergibt sich dann

$$E_r = - \frac{1}{\text{Re Re}_{00} + \text{Im Im}_{00}} \frac{5}{2} D_r (\text{Re Re}_{10} + \text{Im Im}_{10}). \quad (8.6)$$

Weiter wird (3.5)

$$w_{er\omega_x}^{(n)} = \frac{15}{16} m n_e w^3 \frac{1}{n_a} \frac{1}{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} \left\{ E_r [\text{Re}(\text{Re}_{00} + \text{Re}_{10}) + \right. \quad (8.7)$$

$$\left. \text{Im}(\text{Im}_{00} + \text{Im}_{10}) \right] + \frac{5}{2} D_r [\text{Re}(\text{Re}_{10} + \text{Re}_{11}) + \text{Im}(\text{Im}_{10} + \text{Im}_{11})],$$

und die Nebenbedingung (8.6), eingesetzt unter Beachtung von (7.21), liefert

$$W_{er\omega_n}^{(n)} = \frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re^2 + Im^2} \frac{1}{Re Re_{00} + Im Im_{00}} \frac{5}{2} D_r$$

$$\left\{ \begin{aligned} & (-Re^2 Re_{10}(Re_{00} + Re_{10}) - Re Re_{10} Im(Im_{00} + Im_{10}) - \\ & Re Im Im_{10}(Re_{00} + Re_{10}) - Im^2 Im_{10}(Im_{00} + Im_{10}) + \end{aligned} \right.$$

$$Re^2 Re_{00}(Re_{10} + Re_{11}) + Re Re_{00} Im(Im_{10} + Im_{11}) +$$

$$Re Im Im_{00}(Re_{10} + Re_{11}) + Im^2 Im_{00}(Im_{10} + Im_{11}) \Big\} =$$

$$\frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re^2 + Im^2} \frac{1}{Re Re_{00} + Im Im_{00}} \frac{5}{2} D_r$$

$$\left\{ \begin{aligned} & Re^2 (Re_{00} Re_{11} - Re_{10}^2) + Im^2 (Im_{00} Im_{11} - Im_{10}^2) + \end{aligned} \right.$$

$$Re Im (-2 Re_{10} Im_{10} + Re_{00} Im_{11} + Re_{11} Im_{00}) \Big\} =$$

$$\frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re^2 + Im^2} \frac{1}{Re Re_{00} + Im Im_{00}} \frac{5}{2} D_r$$

$$\left\{ \begin{aligned} & Re^2 (Re_{00} Re_{11} - Re_{10}^2 + Im Im_{0011}) + Im^2 (Im_{00} Im_{11} - \end{aligned} \right.$$

$$Im_{10}^2 + Re Re_{0011}) \Big\} = \frac{15}{16} m n_e w' \frac{1}{n_a} \frac{1}{Re Re_{00} + Im Im_{00}}$$

$$\frac{5}{2} D_r (Im_{00} Im_{11} - Im_{10}^2 + Re Re_{0011}).$$

Es wird nun die Wärmeleitfähigkeit

$$\lambda_{e\omega_x}^{(n)} = \frac{4}{9} n_e \left(\frac{3}{2} k\right) \bar{v} \bar{\ell}_{\lambda\omega_x}^{(n)} \quad (8.8)$$

eingeführt mit einer entsprechend dem Fall mit nur vorhandenem Eigenmagnetfeld definierten mittleren freien Weglänge

$$\bar{\ell}_{\lambda\omega_x}^{(n)} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{9}{4} \frac{25}{4} \frac{1 + \frac{\text{Im}_{00} \text{Im}_{11} - \text{Im}_{10}^2}{\text{Re}_{00} \text{Re}_{0011}}}{n_a \left[\frac{\text{Re}_{00}}{\text{Re}_{0011}} + \frac{\text{Im}_{00} \text{Im}_{00}}{\text{Re}_{0011}} \right]} \quad (8.9)$$

Also wird (8.7)

$$W_{e\omega_x}^{(n)} = \lambda_{e\omega_x}^{(n)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (8.10)$$

Auch hier ergibt sich für $\omega_x = 0$ unmittelbar der magnetfeldfreie Fall.

9. Stromdichte und Wärmestrom einer zylindrischen Entladung unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines angelegten longitudinalen Magnetfeldes

Nun wird der allgemeine Fall $\omega_x \neq 0$, $\omega_\varphi \neq 0$ behandelt. Es werden die nullte, erste und zweite Näherung berechnet.

a.) 0. Näherung

Für die nullte Näherung ($\kappa = 0$) ist nach (4.1) folgendes Gleichungssystem zu betrachten

$$E_x = -\frac{2}{3} \frac{\omega_\varphi}{B(1, \frac{3}{2})} p_{ro}^{(0)} + \frac{2}{3} w n_a p_{xo}^{(0)} I_{00},$$

$$E_r = \frac{2}{3} \frac{1}{B(1, \frac{3}{2})} (\omega_\varphi p_{xo}^{(0)} - \omega_x p_{\varphi o}^{(0)}) + \frac{2}{3} w n_a p_{ro}^{(0)} I_{00},$$

$$0 = \frac{2}{3} \frac{\omega_x}{B(1, \frac{3}{2})} p_{ro}^{(0)} + \frac{2}{3} w n_a p_{\varphi o}^{(0)} I_{00}$$

$$\text{und da } B(1, \frac{3}{2}) = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \omega_\varphi p_{ro}^{(0)} + p_{xo}^{(0)} I_{00},$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (\omega_\varphi p_{xo}^{(0)} - \omega_x p_{\varphi o}^{(0)}) + p_{ro}^{(0)} I_{00}, \quad (9.1)$$

$$0 = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \omega_x p_{ro}^{(0)} + p_{\varphi o}^{(0)} I_{00}.$$

Unter Beachtung der Nebenbedingung $j_{\theta r} = 0$ wird $p_{ro}^{(0)} = 0$, und es ist nach (9.1)

$$p_{xo}^{(0)} = \frac{1}{I_{00}} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x. \quad (9.2)$$

Mit (2.6) ergibt sich dann nach (3.3)

$$j_{\text{ex}}^{(0)} = e n_e \left\{ \frac{e}{m} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{I_{00}} G_x + \frac{1}{2} w^2 \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{I_{00}} \right. \\ \left. \cdot \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \quad (9.3)$$

Die mittlere freie Weglänge, Beweglichkeit und der Diffusionskoeffizient sind nun definiert (0. Näherung des magnetfeldfreien Falles) (5.4):

$$\bar{\ell}_e^{(0)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{2}{4} \frac{1}{n_a I_{00}}, \\ b_e^{(0)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{1}{v} \right) \bar{\ell}_e^{(0)}, \\ D_e^{(0)} = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\ell}_e^{(0)}. \quad (9.4)$$

Damit wird (9.3)

$$j_{\text{ex}}^{(0)} = e n_e \left\{ b_e^{(0)} G_x + D_e^{(0)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \quad (9.5)$$

Für den Wärmestrom (3.5) ergibt sich mit (2.6), da $p_{x1}^{(0)}$ nicht vorhanden ist

$$W_{\text{ex}}^{(0)} = \frac{5}{8} m n_e w^4 \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{I_{00}} \left\{ \frac{2}{w^2} \frac{e}{m} G_x + \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}$$

und nach Einführung von (9.4)

$$W_{\text{ex}}^{(0)} = \frac{5}{2} n_e kT \left\{ b_e^{(0)} G_x + D_e^{(0)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}. \quad (9.6)$$

Indem noch (magnetfeldfreier Fall(5.4.4))

$$A^{(0)} = \frac{5}{2}$$

eingeführt wird, läßt sich $W_{ex}^{(0)}$ folgendermaßen schreiben

$$W_{ex}^{(0)} = \frac{k\pi}{e} A^{(0)} j_{ex}^{(0)} \quad (9.7)$$

Die radiale Komponente verschwindet, da $p_{ro}^{(0)} = 0$ und $p_{rl}^{(0)}$ nicht vorhanden. Also

$$W_{er}^{(0)} = 0. \quad (9.8)$$

Die nullte Näherung weist also keine Beeinflussung durch die Magnetfelder auf. Es ergeben sich die im magnetfeldfreien Fall(5.5)(5.11)(5.15)errechneten Werte für $n = 0$.

6.) 1. Näherung

Für die erste Näherung ($\mu = 0,1$) lautet das Gleichungssystem nach (4.1) mit

$$B(1, \frac{3}{2}) = \frac{2}{3} \quad \text{und} \quad B(2, \frac{3}{2}) = \frac{4}{15}$$

$$E_x = - \omega_{\varphi} p_{ro}^{(1)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{xo}^{(1)} I_{00} + p_{xl}^{(1)} I_{10}),$$

$$- \frac{5}{2} D_x = - \frac{5}{2} \omega_{\varphi} p_{rl}^{(1)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{xo}^{(1)} I_{10} + p_{xl}^{(1)} I_{11}),$$

$$E_r = \omega_{\varphi} p_{xo}^{(1)} - \omega_x p_{\varphi o}^{(1)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{ro}^{(1)} I_{00} + p_{rl}^{(1)} I_{10}),$$

$$- \frac{5}{2} D_r = \frac{5}{2} (\omega_{\varphi} p_{xl}^{(1)} - \omega_x p_{\varphi l}^{(1)}) + \frac{2}{3} w n_a (p_{ro}^{(1)} I_{10} + p_{rl}^{(1)} I_{11}),$$

$$0 = \omega_x p_{ro}^{(1)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{\varphi o}^{(1)} I_{00} + p_{\varphi l}^{(1)} I_{10}),$$

$$0 = \frac{5}{2} \omega_x p_{rl}^{(1)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{\varphi o}^{(1)} I_{10} + p_{\varphi l}^{(1)} I_{11}).$$

Es wird nun $\Omega_i = \frac{15}{4} \frac{\omega_i}{w n_a}$ ($i = x, \varphi$) gesetzt. Dann ergibt sich

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x = - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{ro}^{(1)} + p_{xo}^{(1)} I_{00} + p_{xl}^{(1)} I_{10},$$

$$- \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x = - \Omega_{\varphi} p_{rl}^{(1)} + p_{xo}^{(1)} I_{10} + p_{xl}^{(1)} I_{11},$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r = \frac{2}{5} (\Omega_y p_{x0}^{(1)} - \Omega_x p_{\phi 0}^{(1)}) + p_{r0}^{(1)} I_{00} + p_{r1}^{(1)} I_{10},$$

$$- \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_r = \Omega_y p_{x1}^{(1)} - \Omega_x p_{\phi 1}^{(1)} + p_{r0}^{(1)} I_{10} + p_{r1}^{(1)} I_{11}, \quad (9.9)$$

$$0 = \frac{2}{5} \Omega_x p_{r0}^{(1)} + p_{\phi 0}^{(1)} I_{00} + p_{\phi 1}^{(1)} I_{10},$$

$$0 = \Omega_x p_{r1}^{(1)} + p_{\phi 0}^{(1)} I_{10} + p_{\phi 1}^{(1)} I_{11}.$$

Zur Lösung des Gleichungssystems werden aus der 5. und 6. Gleichung $p_{\phi 0}^{(1)}$ und $p_{\phi 1}^{(1)}$ und aus der 1. und 2. Gleichung $p_{x0}^{(1)}$ und $p_{x1}^{(1)}$ ausgerechnet und in die 3. und 4. Gleichung eingesetzt. Es wird also zunächst die 5. Gleichung mit I_{11} und die 6. mit I_{10} multipliziert und von der 5. abgezogen und dann die 5. mit I_{10} und die 6. mit I_{00} multipliziert und von der 5. abgezogen. Mithin wird

$$\frac{2}{5} \Omega_x I_{11} p_{r0}^{(1)} + p_{\phi 0}^{(1)} I_{00} I_{11} - \Omega_x I_{10} p_{r1}^{(1)} - p_{\phi 0}^{(1)} I_{10}^2 = 0.$$

Daraus folgt

$$p_{\phi 0}^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}} (\Omega_x I_{10} p_{r1}^{(1)} - \frac{2}{5} \Omega_x I_{11} p_{r0}^{(1)})$$

und

$$\frac{2}{5} \Omega_x I_{10} p_{r0}^{(1)} + p_{\phi 1}^{(1)} I_{10}^2 - \Omega_x I_{00} p_{r1}^{(1)} - p_{\phi 1}^{(1)} I_{00} I_{11} = 0,$$

$$p_{\varphi 1}^{(1)} = - \frac{1}{\Delta^{(1)}} (\Omega_x I_{00} p_{r1}^{(1)} - \frac{2}{5} \Omega_x I_{10} p_{r0}^{(1)}).$$

Jetzt wird die 1. Gleichung mit I_{11} und die 2. mit $-I_{10}$ multipliziert und beide addiert und dann die 1. Gleichung mit I_{10} und die 2. mit $-I_{00}$ multipliziert und beide addiert.
Also

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{11} E_x + \frac{5}{2} I_{10} D_x) &= - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} p_{r0}^{(1)} + \Omega_\varphi I_{10} p_{r1}^{(1)} \\ &+ I_{00} I_{11} p_{x0}^{(1)} - I_{10}^2 p_{x0}^{(1)}, \end{aligned}$$

$$p_{x0}^{(1)} = \frac{1}{\Delta^{(1)}} \left(\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{11} E_x + \frac{5}{2} I_{10} D_x) + \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} p_{r0}^{(1)} - \Omega_\varphi I_{10} p_{r1}^{(1)} \right) \quad (9.10)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{10} E_x + \frac{5}{2} I_{00} D_x) &= - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{10} p_{r0}^{(1)} + \Omega_\varphi I_{00} p_{r1}^{(1)} \\ &+ I_{10}^2 p_{x1}^{(1)} - I_{00} I_{11} p_{x1}^{(1)}, \end{aligned}$$

$$p_{x1}^{(1)} = - \frac{1}{\Delta^{(1)}} \left(\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{10} E_x + \frac{5}{2} I_{00} D_x) + \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{10} p_{r0}^{(1)} - \Omega_\varphi I_{00} p_{r1}^{(1)} \right). \quad (9.11)$$

$p_{\varphi 0}^{(1)}$ und $p_{\varphi 1}^{(1)}$ in die 3. und 4. Gleichung eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r &= \frac{2}{5} \Omega_\varphi p_{x0}^{(1)} + \left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{11} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{00} \right) p_{r0}^{(1)} + \\ &+ \left(- \frac{2}{5} \Omega_x^2 I_{10} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{10} \right) p_{r1}^{(1)}, \end{aligned}$$

$$-\frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_r = \Omega_\varphi p_{x1}^{(1)} + \left(-\frac{2}{5} \Omega_x^2 I_{10} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{10} \right) p_{ro}^{(1)} + \\ + \left(\Omega_x^2 I_{00} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{11} \right) p_{rl}^{(1)}.$$

Hier wird nun weiter $p_{xo}^{(1)}$ und $p_{xl}^{(1)}$ eingesetzt. Mithin wird mit (9.10) und (9.11)

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r = \frac{1}{\Delta^{(1)}} \frac{2}{5} \Omega_\varphi \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{11} E_x + \frac{5}{2} I_{10} D_x) + \frac{1}{\Delta^{(1)}} \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \times \\ \times (I_{11} p_{ro}^{(1)} - \frac{5}{2} I_{10} p_{rl}^{(1)}) + \left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{11} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{00} \right) p_{ro}^{(1)} \\ + \left(-\frac{2}{5} \Omega_x^2 I_{10} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{10} \right) p_{rl}^{(1)},$$

$$-\frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_r = -\frac{1}{\Delta^{(1)}} \Omega_\varphi \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (I_{10} E_x + \frac{5}{2} I_{00} D_x) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \frac{1}{\Delta^{(1)}} \times \\ \times (I_{10} p_{ro}^{(1)} - \frac{5}{2} I_{00} p_{rl}^{(1)}) + \left(-\frac{2}{5} \Omega_x^2 I_{10} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + \right. \\ \left. I_{10} \right) p_{ro}^{(1)} + \left(\Omega_x^2 I_{00} \frac{1}{\Delta^{(1)}} + I_{11} \right) p_{rl}^{(1)}$$

oder

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (E_r \Delta^{(1)} - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} E_x - \Omega_\varphi I_{10} D_x) = \left(\frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{11} \right. \\ \left. + I_{00} \Delta^{(1)} \right) p_{ro}^{(1)} + \left(-\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} \right) I_{10} p_{rl}^{(1)}, \\ \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} (-D_r \Delta^{(1)} + \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{10} E_x + \Omega_\varphi I_{00} D_x) = \left(-\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \right. \\ \left. \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} \right) I_{10} p_{ro}^{(1)} + \left((\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11} \right) p_{rl}^{(1)}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann nun $p_{ro}^{(1)}$ und $p_{rl}^{(1)}$ berechnet werden. Die zu diesem Gleichungssystem gehörige Determinante lautet

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{11} + \Delta^{(1)} I_{00} & -\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} \\ -\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} & (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11} \end{vmatrix}.$$

Also

$$\Delta = \Delta^{(1)} \left\{ \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) \right\} + (\Delta^{(1)})^3. \quad (9.12)$$

Es wird ferner

$$\Delta_{r0} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \begin{vmatrix} \Delta^{(1)} E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} E_x - \Omega_\varphi I_{10} D_x & -\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} \\ -\frac{5}{2} (\Delta^{(1)} D_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} E_x - \Omega_\varphi I_{10} D_x) & (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11} \end{vmatrix}$$

und

$$\Delta_{r1} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \begin{vmatrix} \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{11} + \Delta^{(1)} I_{00} & \Delta^{(1)} E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{11} E_x - \Omega_\varphi I_{10} D_x \\ -\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} & -\frac{5}{2} (\Delta^{(1)} D_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{10} E_x - \Omega_\varphi I_{00} D_x) \end{vmatrix},$$

so daß sich ergibt

$$p_{ro}^{(1)} = \frac{\Delta_{r0}}{\Delta} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \left\{ \Delta^{(1)} E_r (I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{5}{2} \Delta^{(1)} D_r (-\frac{2}{5} I_{10} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} I_{10}) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \Delta^{(1)} \right. \\ \left. \times (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2) - I_{10} D_x \Omega_\varphi (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) \Delta^{(1)} \right\} \quad (9.13)$$

und

$$p_{r1}^{(1)} = \frac{\Delta r_1}{\Delta} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \left\{ \Delta^{(1)} E_r \left(-\frac{2}{5} I_{10} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{10} \right) + \right. \quad (9.14)$$

$$\left. \frac{5}{2} \Delta^{(1)} D_r (I_{11} \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{00}) - \frac{2}{5} \Omega_y \Delta^{(1)} E_x I_{10} \right.$$

$$\left. \cdot (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) - \Omega_y \Delta^{(1)} D_x \left(\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2 \right) \right\} .$$

(9.13) und (9.14) in (9.10) eingesetzt ergibt

$$p_{x0}^{(1)} = \frac{1}{\Delta} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \left\{ (I_{11} E_x + \frac{5}{2} I_{10} D_x) \left[\frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \right. \right.$$

$$\left. \cdot (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + (\Delta^{(1)})^2 \right] - \frac{4}{25} \Omega_y^2 E_x \cdot$$

$$\cdot \left[(\Omega_x^2 + \Omega_y^2) I_{11} + I_{11}^3 + 5 I_{10}^2 I_{11} + \frac{25}{4} I_{00} I_{10}^2 \right]$$

$$- \frac{2}{5} \Omega_y^2 I_{10} D_x \left[I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{00} I_{11} + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \frac{25}{4} I_{00}^2 \right.$$

$$\left. + \frac{5}{2} I_{10}^2 \right] + \frac{2}{5} \Omega_y \Delta^{(1)} E_x (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2)$$

$$+ \Omega_y I_{10} \Delta^{(1)} D_x (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) \left\}$$

oder

$$\begin{aligned}
 p_{x0}^{(1)} = & \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \left\{ E_x \left[\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{11} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. \frac{25}{4} I_{00}^2) + \Omega_y^2 I_{00} \Delta^{(1)} + I_{11} (\Delta^{(1)})^2 \right] + \frac{5}{2} I_{10} D_x \left[\frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) - \frac{2}{5} \Omega_y^2 \Delta^{(1)} + (\Delta^{(1)})^2 \right] + \frac{2}{5} \Omega_y \Delta^{(1)} E_x \right. \\
 & \left. \times \left[\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2 + I_{11}^2 \right] + \Omega_y I_{10} \Delta^{(1)} D_x \left(\frac{5}{2} I_{00} + I_{11} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{9.15}$$

Aus der Nebenbedingung $j_{er} = 0$, also $p_{r0} = 0$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \Delta^{(1)} E_x (I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{11}) = & \frac{2}{5} \Omega_y \Delta^{(1)} E_x (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 \\
 + \frac{5}{2} I_{10}^2) + \Omega_y \Delta^{(1)} I_{10} D_x (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) + \frac{5}{2} \Delta^{(1)} I_{10} D_x & \tag{9.16} \\
 \times (\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) - \Delta^{(1)}).
 \end{aligned}$$

Mit der Nebenbedingung wird also (9.15)

$$\begin{aligned}
 p_{x0}^{(1)} = & \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{11}} \left\{ E_x \left[\left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{11} \right. \right. \right. \\
 & \times (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \Omega_y^2 I_{00} \Delta^{(1)} + I_{11} (\Delta^{(1)})^2) \times \\
 & \times (I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{4}{25} \Omega_y^2 \Delta^{(1)} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2)^2 \Big] \\
 & + \frac{5}{2} I_{10} D_x \left[\left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) - \frac{2}{5} \Omega_y^2 \Delta^{(1)} \right. \right. \\
 & \left. \left. + (\Delta^{(1)})^2 \right) (I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{4}{25} \Omega_y^2 \Delta^{(1)} (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) \right] \times
 \end{aligned} \tag{9.17}$$

$$\begin{aligned} & \times (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2 + I_{11}^2) \Big] + \Omega_y \Delta^{(1)} I_{10} D_R \Big[(\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) \times \\ & \times (I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) + \Delta^{(1)} I_{11}) + (\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) - \Delta^{(1)}) (\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \\ & \frac{5}{2} I_{10}^2 + I_{11}^2) \Big] \Big] \Big\} . \end{aligned}$$

Es werden nun wieder die Klammerausdrücke einzeln betrachtet.
Zunächst ist die mit E_x multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned} & \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 I_{00} I_{11} - \frac{4}{25} \Omega_y^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 I_{10}^2 \\ & + \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} I_{11} (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \Delta^{(1)} I_{11}^2) \\ & + \frac{4}{25} \Omega_y^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) ((I_{00} I_{11} - I_{10}^2) (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) \\ & + \Delta^{(1)} I_{11}^2) + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) I_{00} I_{11} (\Delta^{(1)})^2 + \frac{4}{25} \Omega_x^2 \Delta^{(1)} I_{11}^2 (I_{11}^2 + \\ & 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \frac{4}{25} \Omega_y^2 \Delta^{(1)} (I_{11}^3 + 5 I_{10}^2 I_{11}^2 + \frac{25}{4} I_{10}^4 + \\ & \frac{25}{4} I_{00} I_{11} (I_{00} I_{11} - I_{10}^2)) + (\Delta^{(1)})^3 I_{11}^2 = \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} (I_{00} I_{11} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \\ & - I_{10}^2 \Omega_y^2 + \Delta^{(1)} I_{11}^2) \end{aligned}$$

und die mit $\frac{5}{2} D_x I_{10}$ multiplizierte

$$\begin{aligned} & \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 \frac{4}{25} I_{00} + \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \frac{4}{25} (\Delta^{(1)} I_{11} + I_{00} \times \\ & \times (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2)) + \frac{2}{5} \Omega_y^2 (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (-\Delta^{(1)} I_{00} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{5} \Delta^{(1)} I_{11} + \Delta^{(1)} I_{00}) + \frac{4}{25} \Omega_x^2 \Delta^{(1)} I_{11} (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2 + \\ & (\Delta^{(1)})^2 I_{00}) + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 (-\Delta^{(1)} I_{11} + \frac{5}{2} \Delta^{(1)} I_{00} + I_{11} I_{10}^2 + \frac{2}{5} I_{11}^3 + \\ & \frac{5}{2} I_{00} I_{10}^2 + I_{00} I_{11}^2) \Delta^{(1)} + (\Delta^{(1)})^3 I_{11} = \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} (\Omega_x^2 I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) \end{aligned}$$

und schließlich noch die mit $\Omega_\varphi \Delta^{(1)} I_{10} D_r$ multiplizierte

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} \left\{ \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 + \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2 \right. \\ & \left. + \frac{5}{2} I_{00} I_{11} - \frac{5}{2} I_{00} I_{11} + \frac{5}{2} I_{10}^2) \right\} + \Delta^{(1)} (\frac{5}{2} I_{00} I_{11} + I_{11}^2 - \\ & \frac{5}{2} I_{10}^2 - I_{11}^2) = \frac{5}{2} \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} . \end{aligned}$$

Nunmehr kann geschrieben werden (9.17)

$$\begin{aligned} P_{x0}^{(1)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} I_{11}} \frac{1}{\Delta^{(1)}} \left\{ E_x [I_{00} I_{11} (\Omega_x^2 + \right. \\ & \Omega_\varphi^2) - \Omega_\varphi^2 I_{10}^2 + \Delta^{(1)} I_{11}^2] + \frac{5}{2} I_{10} D_x (\Omega_x^2 I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) + \quad (9.18) \\ & \left. \frac{5}{2} \Omega_\varphi \Delta^{(1)} I_{10} D_r \right\} . \end{aligned}$$

Somit wird nach (3.3)*

$$j_{ex\omega}^{(1)} = \frac{1}{3} e n_e \bar{v} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{I_{11}}{n_a \Delta^{(1)}} \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} - \frac{1}{\Delta^{(1)} I_{11}^2} x$$

* Es wird hier und im folgenden zur Abkürzung statt $\omega_x \omega_\varphi$ nur ω geschrieben.

$$\begin{aligned} & \left\{ E_x \left[(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} I_{11} - \Omega_\varphi^2 I_{10}^2 + \Delta^{(1)} I_{11}^2 \right] + \frac{5}{2} I_{10} D_x \right. \\ & \left. + (\Omega_x^2 I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{5}{2} \Omega_\varphi \Delta^{(1)} I_{10} D_x \right\} \end{aligned}$$

oder mit (2.6) und (5.4) für $n = 1$

$$\begin{aligned} j_{ex\omega}^{(1)} &= e n_e \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2}{I_{11}} \frac{I_{00}}{\Delta^{(1)}}} \left\{ b_e^{(1)} G_x + (D_e^{(1)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \\ & \left. + D_{eTh}^{(1)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \left(1 + \frac{\Omega_\varphi^2}{I_{11}} + \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} \frac{\Omega_x^2}{I_{11}} \right) - \frac{\Omega_\varphi^2}{I_{11}} D_e^{(1)} \quad (9.19) \\ & + (A^{(1)} - \frac{5}{2}) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\Omega_\varphi}{I_{11}} D_e^{(1)} (A^{(1)} - \frac{5}{2}) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \Bigg\}. \end{aligned}$$

Wird in $j_{ex\omega}^{(1)}$ $\Omega_x = 0$ gesetzt, so ergibt sich der Fall eines nur vorhandenen Eigenmagnetfeldes (9.15) für $n = 1$. Im Nenner vor der geschweiften Klammer findet also gegenüber dem Eigenmagnetfeld nur eine Erweiterung statt, indem Ω_φ^2 durch $\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2$ ersetzt wird. Mithin können nun die mittlere freie Weglänge, Beweglichkeit, Diffusionskoeffizient und Thermodiffusionskoeffizient definiert werden

$$\begin{aligned} \bar{l}_{e\omega}^{(1)} &= \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2}{I_{11}} \frac{I_{00}}{\Delta^{(1)}}} \bar{l}_e^{(1)}, \\ b_{e\omega}^{(1)} &= \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{1}{v} \right) \bar{l}_{e\omega}^{(1)}, \\ D_{e\omega}^{(1)} &= \frac{1}{3} \bar{v} \bar{l}_{e\omega}^{(1)}, \end{aligned} \quad (9.20)$$

$$D_{eTh\omega}^{(1)} = (A_\omega^{(1)} - \frac{5}{2}) D_{e\omega}^{(1)} \quad (\text{In 1. Näherung wird } A_\omega^{(1)} = A^{(1)}).$$

Für $\omega_x = 0$ oder $\omega_\varphi = 0$ oder $\omega_x = 0$ und $\omega_\varphi = 0$ ergeben sich hier also jeweils die 1. Näherungen der bereits behandelten Fälle. Mit den Definitionen (9.20) wird (9.19)

$$j_{ex\omega}^{(1)} = e n_e \left\{ \left[b_{e\omega}^{(1)} G_x + (D_{e\omega}^{(1)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{eTh\omega}^{(1)}) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \cdot \right. \\ \cdot \left[1 + \Omega_x^2 \frac{I_{00}}{I_{11} \Delta^{(1)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{I_{11}} \right] + D_{e\omega}^{(1)} \frac{\Omega_\varphi}{I_{11}} \left(\frac{5}{2} - A^{(1)} \right) \cdot \\ \cdot \left[\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\Omega_\varphi}{I_{11}} - \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \left. \right\}. \quad (9.21)$$

Nun ist $W_{er\omega}^{(1)}$ zu berechnen. Mit der Nebenbedingung $j_{er} = 0$ (9.16) wird (9.14)

$$W_{er\omega}^{(1)} = \frac{5}{8} m n_e w' \frac{3}{2} \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta} \frac{\Delta^{(1)}}{I_{00}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \Delta^{(1)} I_{11}} \cdot \\ \cdot \left\{ \left[-\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} \right] \left[\frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + \right. \right. \\ \left. \frac{5}{2} I_{10}^2) + \Omega_\varphi I_{10} D_x (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) + \frac{5}{2} I_{10} D_r \left(\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) - \right. \right. \\ \left. \left. \Delta^{(1)} \right) \right] + \left[(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11} \right] \left[\frac{5}{2} D_r \left(\frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{11} + \right. \right. \\ \left. \left. \Delta^{(1)} I_{00} \right) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi I_{10} E_x (I_{11} + \frac{5}{2} I_{00}) - \Omega_\varphi D_x \left(\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2 \right) \right] \left. \right\}. \quad (9.22)$$

Wieder werden die mit $\frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x$, $\Omega_\varphi D_x$ und $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierten Klammern einzeln betrachtet. Es wird die mit $\frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x$ multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 I_{10} - \frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) I_{10} (I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2 - \\
 & \frac{5}{2} I_{00} I_{11} + \frac{5}{2} I_{10}^2 + \frac{5}{2} I_{00} I_{11} + \frac{25}{4} I_{00}^2) - \frac{2}{5} I_{10} (-\frac{5}{2} \Delta^{(1)} I_{11}^2 - \\
 & \frac{25}{4} \Delta^{(1)} I_{10}^2 + \frac{5}{2} \Delta^{(1)} I_{11}^2 + \frac{25}{4} \Delta^{(1)} I_{00} I_{11}) = -\frac{5}{2} I_{10} \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}}
 \end{aligned}$$

und die mit $\Omega_y D_x$ multiplizierte

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 I_{00} - (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} (\frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2) + \\
 & \frac{5}{2} I_{00} I_{11}^2 - \frac{2}{5} I_{10}^2 I_{11} + \frac{2}{5} I_{10}^2 I_{11} + I_{00} I_{10}^2) - \Delta^{(1)} \cdot \\
 & \cdot (-I_{10}^2 I_{11} - \frac{5}{2} I_{00} I_{10}^2 + \frac{5}{2} I_{00}^2 I_{11} + I_{10}^2 I_{11}) = -\frac{5}{2} I_{00} \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}}
 \end{aligned}$$

und schließlich die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte

$$\begin{aligned}
 & \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 (-I_{10}^2 + I_{00} I_{11}) + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (\frac{2}{5} I_{10}^2 + \frac{2}{5} I_{10}^2 \\
 & + I_{00}^2 + \frac{4}{25} I_{11}^2) \Delta^{(1)} - (\Delta^{(1)})^2 I_{10}^2 + (\Delta^{(1)})^2 I_{00} I_{11} = \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} \Delta^{(1)}.
 \end{aligned}$$

Somit wird (9.23)

$$W_{\text{er}\omega}^{(1)} = \frac{5}{2} \frac{1}{4} n_e kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{n_a \frac{\Delta^{(1)}}{I_{11}}} \frac{1}{I_{11}^2} \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} \cdot$$

$$\cdot (-I_{10} \Omega_y E_x - \frac{5}{2} \Omega_y I_{00} D_x + \frac{5}{2} \Delta^{(1)} D_x)$$

und schließlich mit (2.6) und (5.4) für $n = 1$, indem wieder W_{er} auf eine Form $\lambda_{e\omega}^{(1)} (-\frac{\partial T}{\partial x})$ - Zusatzglied gebracht werden soll

$$W_{er\omega}^{(1)} = \frac{25}{4} \frac{9}{4} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{n_a I_{11}} \frac{2}{3} \bar{v} n_e k \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}}$$

$$- \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} n_e k T \frac{\Omega_y}{I_{11}} \left\{ (\Lambda^{(1)} - \frac{5}{2}) \left[b_e^{(1)} G_x + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \right.$$

$$\left. + D_e^{(1)} \left(\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right) \right\} + D_e^{(1)} \frac{25}{4} \frac{I_{00}}{I_{11}} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left\{ \right.$$

Hier kann nun entsprechend obiger Bemerkung die mittlere freie Weglänge $\bar{\ell}_{\lambda\omega}^{(1)}$ definiert werden

$$\bar{\ell}_{\lambda\omega}^{(1)} = \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}} \frac{I_{00}}{\Delta^{(1)}}} \bar{\ell}_{\lambda}^{(1)}, \quad (9.23)$$

so daß sich mit

$$\lambda_{e\omega}^{(1)} = \frac{4}{9} n_e \left(\frac{3}{2} k \right) \bar{v} \bar{\ell}_{\lambda\omega}^{(1)} \quad (9.24)$$

und (9.20) als endgültige Gleichung ergibt

$$W_{er\omega}^{(1)} = \lambda_{e\omega}^{(1)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) - n_e k T \left\{ \left[b_{e\omega}^{(1)} G_x + \left(D_{e\omega}^{(1)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + \right. \right. \right.$$

$$D_{eTh\omega}^{(1)} \left. \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \frac{\Omega_y}{I_{11}} \left(\Lambda^{(1)} - \frac{5}{2} \right) + D_{e\omega}^{(1)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left\{ \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\Omega_y}{I_{11}} \frac{25}{4} \frac{I_{00}}{I_{11}} - \frac{\Omega_y}{I_{11}} \left(\Lambda^{(1)} - \frac{5}{2} \right) \right] \right\}.$$

Zur Berechnung von $W_{\text{ex}\omega}^{(1)}$ werden nun $p_{\text{ro}}^{(1)}$ und $p_{\text{rl}}^{(1)}$ in $p_{\text{x1}}^{(1)}$ (9.11) eingesetzt. Dann wird

$$p_{\text{x1}}^{(1)} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \left\{ (I_{10} E_x + \frac{5}{2} I_{00} D_x) \left(\frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \right) \right. \\
+ (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + (\Delta^{(1)})^2 - \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 E_x \\
+ ((\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} + I_{10} I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^3 + \frac{5}{2} I_{00} I_{10} I_{11} + \\
\frac{25}{4} I_{00}^2 I_{10}) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \cdot D_x (I_{10}^2 I_{11} + 5 I_{00} I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^3 \\
+ (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00}) + \frac{2}{5} \Omega_\varphi \Delta^{(1)} I_{10} E_x (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) + \Omega_\varphi \Delta^{(1)} \\
\left. \cdot D_x (\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2) \right\}$$

oder

$$p_{\text{x1}}^{(1)} = -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \left\{ E_x \left[\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{10} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{10} + (\Delta^{(1)})^2 I_{10} \right] + \frac{5}{2} D_x \left[\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{00} \right. \right. \\
+ (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{11} + \\
\left. (\Delta^{(1)})^2 I_{00} \right] + \frac{2}{5} \Omega_\varphi \Delta^{(1)} I_{10} E_x (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) + \Omega_\varphi \Delta^{(1)} D_x \\
\left. \cdot \left[\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2 \right] \right\}. \quad (9.26)$$

Die Nebenbedingung (9.16) eingesetzt in $p_{\text{x1}}^{(1)}$ liefert

$$\begin{aligned}
 p_{x1}^{(1)} = & -\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}} \left\{ E_x \left[\left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{10} \right. \right. \right. \\
 & * (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) - \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{10} + (\Delta^{(1)})^2 I_{10} \Big) \\
 & * ((\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{10} (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) * \\
 & * (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + I_{11}^2 + \frac{5}{2} I_{10}^2) \Big] + \frac{5}{2} D_x \left[\left(\frac{4}{25} \Omega_x^2 I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2 + \right. \right. \\
 & I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{11} + I_{00} (\Delta^{(1)})^2 ((\Omega_x^2 + \\
 & \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} I_{10}^2 (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11})^2 \Big] + \Omega_\varphi \Delta^{(1)} * \\
 & * D_x \left[\left(\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{5}{2} I_{00}^2 + I_{10}^2 \right) ((\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) \right. \\
 & \left. \left. + I_{10}^2 \left(\frac{2}{5} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) - \Delta^{(1)} \right) (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{9.27}$$

Es werden nun wieder die Klammern einzeln betrachtet. Es ist die mit E_x multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned}
 & \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 I_{00} I_{10} + \Omega_\varphi^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (-\frac{2}{5} \Delta^{(1)} I_{00} I_{10} + \\
 & \frac{4}{25} I_{10} (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11}) \Delta^{(1)}) + \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Delta^{(1)} I_{10} I_{11} + \\
 & I_{00} I_{10} (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2)) + \frac{4}{25} \Omega_x^2 (I_{10} I_{11} \Delta^{(1)} (I_{11}^2 \\
 & + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + I_{00} I_{10} (\Delta^{(1)})^2) + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} (-I_{10} I_{11} *
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) + \frac{5}{2} I_{00} I_{10} (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) + \frac{2}{5} I_{10} \left(\frac{5}{2} I_{00} I_{11}^2 \right. \\ & \left. + \frac{25}{4} I_{00} I_{10}^2 + I_{11}^3 + \frac{5}{2} I_{11} I_{10}^2 \right) + (\Delta^{(1)})^3 I_{10} I_{11} = \\ & (\Omega_x^2 I_{00} I_{10} + \Delta^{(1)} I_{10} I_{11}) \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} \end{aligned}$$

und die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte

$$\begin{aligned} & \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 I_{00}^2 + \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Delta^{(1)} I_{00} I_{11} + \\ & I_{00}^2 (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2)) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Delta^{(1)} \times \\ & \times I_{00} I_{11} + \frac{4}{25} \Omega_x^2 (\Delta^{(1)} I_{00} I_{11} (I_{11}^2 + 5 I_{10}^2 + \frac{25}{4} I_{00}^2) + \\ & \frac{25}{4} (\Delta^{(1)})^2 I_{00}^2) + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta^{(1)} (\frac{25}{4} I_{00}^2 (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) + I_{11}^3 \times \\ & \times (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) + I_{10}^2 (\frac{25}{4} I_{00}^2 + 5 I_{00} I_{11} + I_{11}^2)) + \\ & (\Delta^{(1)})^3 I_{00} I_{11} = (\Omega_x^2 I_{00}^2 + \Delta^{(1)} I_{00} I_{11}) \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}} \end{aligned}$$

und schließlich die mit $\Omega_\varphi \Delta^{(1)} D_x$ multiplizierte

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} \left\{ \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 I_{00} + \frac{4}{25} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (I_{11} (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) \right. \\ & \left. + \frac{25}{4} I_{00}^3 + \frac{5}{2} I_{00} I_{10}^2 + I_{10}^2 (\frac{5}{2} I_{00} + I_{11})) + \Delta^{(1)} (I_{11} \times \right. \\ & \left. \times (I_{00}^2 + \frac{2}{5} I_{10}^2) - I_{10}^2 (I_{00} + \frac{2}{5} I_{11})) \right\} = \frac{5}{2} I_{00} \frac{\Delta}{\Delta^{(1)}}, \end{aligned}$$

so daß sich ergibt (9.27)

$$p_{x1}^{(1)} = - \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{I_{00}(\Omega_x^2 + \Omega_f^2) + \Delta^{(1)} I_{11}} \frac{1}{\Delta^{(1)}} \left\{ E_x I_{10} (\Omega_x^2 I_{00} + \right. \\ \left. \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{5}{2} I_{00} D_x (\Omega_x^2 I_{00} + \Delta^{(1)} I_{11}) + \frac{5}{2} \Omega_f \Delta^{(1)} I_{00} D_r \right\}. \quad (9.28)$$

Dann wird nach (3.5) mit (9.18) und (9.28)

$$W_{ex\omega}^{(1)} = \frac{5}{8} m n_e w^3 \frac{3}{2} \frac{1}{n_a} \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_f^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} \frac{1}{(\Delta^{(1)})^2 I_{11}} \times \\ \times \left\{ E_x \left[\Omega_x^2 I_{00} (I_{10} + I_{11}) + \Omega_f^2 \Delta^{(1)} + \Delta^{(1)} I_{11} (I_{10} + I_{11}) \right] + \right. \\ \left. \frac{5}{2} D_x \left[\Omega_x^2 I_{00} (I_{00} + I_{10}) + \Delta^{(1)} I_{11} (I_{00} + I_{10}) \right] + \right. \\ \left. \frac{5}{2} \Omega_f \Delta^{(1)} D_r (I_{00} + I_{10}) \right\}$$

und umgeformt

$$W_{ex\omega}^{(1)} = \frac{1}{3} n_e k T \bar{v} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{I_{11}}{n_a \Delta^{(1)}} \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_f^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} \times \\ \times \left\{ E_x \left[\frac{\Omega_x^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2} \frac{I_{10}}{I_{11}} \right) + \frac{5}{2} \frac{\Omega_f^2}{I_{11}} + \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \frac{I_{10}}{I_{11}} \right] + \right. \\ \left. \frac{5}{2} D_x \left[\frac{\Omega_x^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} \left(\frac{5}{2} \frac{I_{00}}{I_{11}} + \frac{5}{2} \frac{I_{10}}{I_{11}} \right) + \frac{5}{2} \left(\frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} \right) \right] + \right. \\ \left. \frac{\Omega_f}{I_{11}} \frac{5}{2} D_r \frac{5}{2} \frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} \right\}. \quad (9.29)$$

Um $\lambda_{e\omega}^{(1)}$ einführen und $W_{ex\omega}^{(1)}$ wieder auf die Form $W_{ex\omega}^{(1)} = \lambda_{e\omega}^{(1)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \text{Zusatzglied}$ bringen zu können, werden folgende Umformungen vorgenommen mit (5.4) und (5.13)

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_e^{(1)} \frac{25}{4} \frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} &= 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} - 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} + \bar{\ell}_e^{(1)} \frac{25}{4} \frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} = \\ 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} - 2 \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{9}{4} \frac{25}{4} \frac{1}{n_a I_{11}} + \frac{25}{4} \bar{\ell}_e^{(1)} \frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} &= 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} - \\ \frac{25}{4} \frac{\Delta^{(1)}}{I_{11}^2} \bar{\ell}_e^{(1)} + \frac{25}{4} \bar{\ell}_e^{(1)} \frac{I_{00} + I_{10}}{I_{11}} &= 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} + \frac{I_{10}^2 + I_{10} I_{11}}{I_{11}^2} \bar{\ell}_e^{(1)} \frac{25}{4} \\ &= 2 \bar{\ell}_\lambda^{(1)} + (A^{(1)} - \frac{5}{2}) A^{(1)} \bar{\ell}_e^{(1)}, \end{aligned}$$

so daß mit (2.6)(5.4)(5.13) für $n = 1$ geschrieben werden kann

$$\begin{aligned} W_{ex\omega}^{(1)} &= \frac{4}{3} \frac{1}{3} n_e \left(\frac{3}{2} k\right) \bar{v} \bar{\ell}_\lambda^{(1)} \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}^2} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} \left(-\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \\ n_e k T \frac{1}{1 + \frac{\Omega_x^2 + \Omega_y^2}{I_{11}^2} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}}} &\left\{ \left[b_e^{(1)} G_x + D_e^{(1)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x}\right) \right] &\left[A^{(1)} + A^{(1)} \frac{\Omega_x^2}{I_{11}^2} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} + \frac{5}{2} \frac{\Omega_y^2}{I_{11}^2} \right] + \left[A^{(1)} D_{eTh}^{(1)} + \right. \\ \left. \frac{\Omega_x^2}{I_{11}^2} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} (A^{(1)} - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \frac{I_{00}}{I_{11}}) \frac{5}{2} D_e^{(1)} \right] &\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{5}{2} \frac{\Omega_y^2}{I_{11}^2} \cdot \\ \left. (A^{(1)} - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} \frac{I_{00}}{I_{11}}) D_e^{(1)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x}\right) \right\}. \end{aligned}$$

So ergibt sich schließlich

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega}^{(1)} &= \lambda_{e\omega}^{(1)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega}^{(1)} G_x + (D_{e\omega}^{(1)}) \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + \right. \right. \\
 D_{eTh\omega}^{(1)} &\left. \left. \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[A^{(1)} + A^{(1)} \frac{\Omega_x^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} + \frac{5}{2} \frac{\Omega_{ex}^2}{I_{11}} \right] + \right. \\
 D_{e\omega}^{(1)} &\left[\frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left(\frac{\Omega_x^2}{I_{11}} \frac{I_{00} I_{11}}{\Delta^{(1)}} \left[\frac{22}{4} \frac{I_{00}}{I_{11}} - (A^{(1)} - \frac{5}{2})^2 \right] - \right. \right. \\
 &\left. \left. \frac{\Omega_{ex}^2}{I_{11}} \frac{5}{2} (A^{(1)} - \frac{5}{2}) + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{5}{2} \frac{\Omega_{ex}^2}{I_{11}} \left(\frac{5}{2} \frac{I_{00}}{I_{11}} + A^{(1)} - \frac{5}{2} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{9,30}$$

Die Transportkoeffizienten $j_{ex\omega}^{(1)}$, $W_{ex\omega}^{(1)}$, $W_{er\omega}^{(1)}$ ergeben jeweils die ersten Näherungen der zuvor abgeleiteten Größen, falls ω_x oder ω_φ oder ω_x und ω_φ gleich 0 gesetzt wird.

c.) 2. Näherung

Für die 2. Näherung ergeben sich mit $B(1, \frac{3}{2}) = \frac{2}{3}$, $B(2, \frac{3}{2}) = \frac{4}{15}$ und $B(3, \frac{3}{2}) = \frac{16}{105}$ ($\mu = 0, 1, 2$) die folgenden 9 Gleichungen nach (4.1)

$$E_x = -\omega_\varphi p_{r0}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{x0}^{(2)} I_{00} + p_{x1}^{(2)} I_{10} + p_{x2}^{(2)} I_{20}),$$

$$-\frac{5}{2} D_x = -\frac{5}{2} \omega_\varphi p_{r1}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{x0}^{(2)} I_{10} + p_{x1}^{(2)} I_{11} + p_{x2}^{(2)} I_{21}),$$

$$0 = -\frac{35}{8} \omega_\varphi p_{r2}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{x0}^{(2)} I_{20} + p_{x1}^{(2)} I_{21} + p_{x2}^{(2)} I_{22}),$$

$$E_r = \omega_\varphi p_{x0}^{(2)} - \omega_x p_{\varphi 0}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{r0}^{(2)} I_{00} + p_{r1}^{(2)} I_{10} + p_{r2}^{(2)} I_{20}),$$

$$-\frac{5}{2} D_r = \frac{5}{2} (\omega_\varphi p_{x1}^{(2)} - \omega_x p_{\varphi 1}^{(2)}) + \frac{2}{3} w n_a (p_{r0}^{(2)} I_{10} + p_{r1}^{(2)} I_{11} + p_{r2}^{(2)} I_{21}),$$

$$0 = \frac{35}{8} (\omega_\varphi p_{x2}^{(2)} - \omega_x p_{\varphi 2}^{(2)}) + \frac{2}{3} w n_a (p_{r0}^{(2)} I_{20} + p_{r1}^{(2)} I_{21} + p_{r2}^{(2)} I_{22}),$$

$$0 = \omega_x p_{r0}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{\varphi 0}^{(2)} I_{00} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{10} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{20}),$$

$$0 = \frac{5}{2} \omega_x p_{r1}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{\varphi 0}^{(2)} I_{10} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{11} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{21}),$$

$$0 = \frac{35}{8} \omega_x p_{r2}^{(2)} + \frac{2}{3} w n_a (p_{\varphi 0}^{(2)} I_{20} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{21} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{22}).$$

Es wird wieder $\Omega_i = \frac{15}{4} \frac{\omega_i}{w n_a}$ ($i = \varphi, x$) gesetzt und außer - dem durch $\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a}$ dividiert, dann wird

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x = -\frac{2}{5} \Omega_\varphi p_{r0}^{(2)} + p_{x0}^{(2)} I_{00} + p_{x1}^{(2)} I_{10} + p_{x2}^{(2)} I_{20},$$

$$-\frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x = -\Omega_\varphi p_{r1}^{(2)} + p_{x0}^{(2)} I_{10} + p_{x1}^{(2)} I_{11} + p_{x2}^{(2)} I_{21},$$

$$0 = -\frac{7}{4} \Omega_{\varphi} p_{r2}^{(2)} + p_{x0}^{(2)} I_{20} + p_{x1}^{(2)} I_{21} + p_{x2}^{(2)} I_{22},$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r = \frac{2}{5} (\Omega_{\varphi} p_{x0}^{(2)} - \Omega_x p_{\varphi 0}^{(2)}) + p_{r0}^{(2)} I_{00} + p_{r1}^{(2)} I_{10} + p_{r2}^{(2)} I_{20},$$

$$-\frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_r = \Omega_{\varphi} p_{x1}^{(2)} - \Omega_x p_{\varphi 1}^{(2)} + p_{r0}^{(2)} I_{10} + p_{r1}^{(2)} I_{11} + p_{r2}^{(2)} I_{21}, \quad (9.31)$$

$$0 = \frac{7}{4} (\Omega_{\varphi} p_{x2}^{(2)} - \Omega_x p_{\varphi 2}^{(2)}) + p_{r0}^{(2)} I_{20} + p_{r1}^{(2)} I_{21} + p_{r2}^{(2)} I_{22},$$

$$0 = \frac{2}{5} \Omega_x p_{r0}^{(2)} + p_{\varphi 0}^{(2)} I_{00} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{10} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{20},$$

$$0 = \Omega_x p_{r1}^{(2)} + p_{\varphi 0}^{(2)} I_{10} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{11} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{21},$$

$$0 = \frac{7}{4} \Omega_x p_{r2}^{(2)} + p_{\varphi 0}^{(2)} I_{20} + p_{\varphi 1}^{(2)} I_{21} + p_{\varphi 2}^{(2)} I_{22}.$$

Zur Lösung dieses Systems von 9 Gleichungen wird folgendermaßen vorgegangen. Es werden die letzten 3 Gleichungen als lineares System der $p_{\varphi v}^{(2)}$ und die ersten 3 Gleichungen als lineares System der $p_{xv}^{(2)}$ betrachtet. Die Lösungen $p_{\varphi v}^{(2)}$ und $p_{xv}^{(2)}$ werden in die mittleren drei Gleichungen eingesetzt, aus denen dann die $p_{rv}^{(2)}$ berechnet werden können. Es ist also

$$p_{\varphi 0}^{(2)} = -\frac{\Omega_x}{\Delta^{(2)}} \left(\frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{10}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right),$$

$$p_{\varphi 1}^{(2)} = -\frac{\Omega_x}{\Delta^{(2)}} \left(\frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{11}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right),$$

$$p_{\varphi 2}^{(2)} = -\frac{\Omega_x}{\Delta^{(2)}} \left(\frac{2}{5} \Delta_{20}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{21}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right)$$

$$p_{x0}^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[\Delta_{00}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) - \Delta_{10}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{20}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right],$$

$$p_{x1}^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[-\Delta_{10}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) + \Delta_{11}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{21}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right],$$

$$p_{x2}^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[\Delta_{20}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) - \Delta_{21}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{22}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right]$$

und schließlich

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_r &= \frac{2}{5} \Omega_{\varphi} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[\Delta_{00}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) - \right. \\ &\quad \left. \Delta_{10}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{20}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right] + \frac{2}{5} \Omega_x \frac{\Omega_{\varphi}}{\Delta^{(2)}} \times \\ &\times \left(\frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{10}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right) + p_{r0}^{(2)} I_{00} + p_{r1}^{(2)} I_{10} + p_{r2}^{(2)} I_{20}, \\ - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_r &= \Omega_{\varphi} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[-\Delta_{10}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) + \right. \\ &\quad \left. \Delta_{11}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{21}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right] - \Omega_x \frac{\Omega_{\varphi}}{\Delta^{(2)}} \times \\ &\times \left(\frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{11}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right) + p_{r0}^{(2)} I_{10} + p_{r1}^{(2)} I_{11} + p_{r2}^{(2)} I_{21}, \end{aligned}$$

$$0 = \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left[\Delta_{20}^{(2)} \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi} p_{r0}^{(2)} + \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} E_x \right) - \Delta_{21}^{(2)} (\Omega_{\varphi} p_{r1}^{(2)} - \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} D_x) + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi} \Delta_{22}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right] + \frac{7}{4} \Omega_x \frac{\Omega_{\varphi}}{\Delta^{(2)}} \left(\frac{2}{5} \Delta_{20}^{(2)} p_{r0}^{(2)} - \Delta_{21}^{(2)} p_{r1}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)} p_{r2}^{(2)} \right) + p_{r0}^{(2)} I_{20} + p_{r1}^{(2)} I_{21} + p_{r2}^{(2)} I_{22}$$

oder umgeformt

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (E_r - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi} E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \Omega_{\varphi} D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) = (I_{00} + \frac{4}{25} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r0}^{(2)} + (I_{10} - \frac{2}{5} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r1}^{(2)} + (I_{20} + \frac{7}{10} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \times (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r2}^{(2)},$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (-\frac{5}{2} D_r + \Omega_{\varphi} E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{5}{2} \Omega_{\varphi} D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) = (I_{10} - \frac{2}{5} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \times (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r0}^{(2)} + (I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r1}^{(2)} + (I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r2}^{(2)},$$

$$\frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} (-\frac{7}{4} \Omega_{\varphi} E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{35}{8} \Omega_{\varphi} D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) = (I_{20} + \frac{7}{10} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \times (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r0}^{(2)} + (I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r1}^{(2)} + (I_{22} + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)) p_{r2}^{(2)},$$

Die zu diesem linearen Gleichungssystem der $p_{rv}^{(2)}$ gehörige Koeffizientendeterminante ist

$$\Theta = \begin{vmatrix} I_{00} + \frac{4}{25} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{10} - \frac{2}{5} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{20} + \frac{7}{10} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \\ I_{10} - \frac{2}{5} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \\ I_{20} + \frac{7}{10} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) & I_{22} + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \end{vmatrix}$$

und $\Theta_{\nu\kappa}$ ($\nu = 0, 1, 2; \kappa = 0, 1, 2$) sind die entsprechenden Unterdeterminanten. Somit wird

$$\begin{aligned} p_{ro}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\theta} \left\{ (E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{00} + \right. \\ & \left(\frac{5}{2} D_r - \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{10} - \left(\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{35}{8} \right. \\ & \left. \left. \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{20} \right\}, \end{aligned} \quad (9.32)$$

$$\begin{aligned} p_{r1}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\theta} \left\{ (-E_r + \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{10} + \right. \\ & \left(-\frac{5}{2} D_r + \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{11} + \left(\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \right. \\ & \left. \frac{35}{8} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{21} \left. \right\}, \end{aligned} \quad (9.33)$$

$$\begin{aligned} p_{r2}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\theta} \left\{ (E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{20} + \right. \\ & \left(\frac{5}{2} D_r - \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{21} - \left(\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \right. \\ & \left. \frac{35}{8} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \right) \Theta_{22} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (9.34)$$

Mit Hilfe der Nebenbedingung wird aus $p_{ro} = 0$

$$E_r = \frac{1}{\theta_{00} \Delta^{(2)}} \left[\Omega_{\varphi} E_x \left(\frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} + \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} \right) + \right. \\ \left. \Omega_{\varphi} D_x \left(\Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \frac{5}{2} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10} + \frac{35}{8} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20} \right) - \frac{5}{2} D_r \theta_{10} \Delta_{10}^{(2)} \right]. \quad (9.35)$$

Nun werden $p_{r0}^{(2)}$, $p_{r1}^{(2)}$ und $p_{r2}^{(2)}$ in $p_{x0}^{(2)}$ eingesetzt, dann wird

$$p_{x0}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta} \left\{ E_x \left(\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)} \theta - \frac{4}{25} \Omega_{\varphi}^2 (\Delta_{00}^{(2)})^2 \theta_{00} - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} \right. \right. \\ - \frac{7}{10} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} - \Omega_{\varphi}^2 (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{11} - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{21} \\ - \frac{7}{10} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{21} - \frac{49}{16} \Omega_{\varphi}^2 (\Delta_{20}^{(2)})^2 \theta_{22} \left. \right) + \frac{5}{2} D_x \left(\Delta_{10}^{(2)} \Delta^{(2)} \theta \right. \\ - \frac{4}{25} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10} - \frac{7}{10} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20} - \frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{10} \\ - \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{11} - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{21} - \frac{7}{10} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} - \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{21} \\ - \frac{49}{16} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{22} \left. \right) + \frac{5}{2} D_r \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} + \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{11} + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{21} \right) \\ \left. - E_r \left(\frac{2}{5} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} + \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} \right) \right\}.$$

Unter Beachtung der Nebenbedingung (9.35) wird

$$p_{x0}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ E_x \left[\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)} \theta_{00} + \Omega_{\varphi}^2 \left(-\frac{4}{25} (\Delta_{00}^{(2)})^2 \theta_{00}^2 \right. \right. \right. \\ - \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - \frac{7}{10} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{11} \\ - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} - \frac{7}{10} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} - \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{22} \\ \left. \left. + \frac{4}{25} (\Delta_{00}^{(2)})^2 \theta_{00}^2 + \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} + \frac{2}{5} \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} + \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} \right. \right. \\ \left. \left. + (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{10}^2 + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} + \frac{2}{5} \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 \theta_{20}^2 \right] \right\}.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 \theta_{20}^2] + \frac{5}{2} D_x [\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_{\varphi}^2 (- \frac{4}{25} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00}^2 - \frac{2}{5} (\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} + (\Delta_{10}^{(2)})^2) \theta_{00} \theta_{10} \\
 & - \frac{7}{10} (\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \theta_{00} \theta_{20} - \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} - \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \theta_{00} \theta_{21} \\
 & - \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{22} + \frac{4}{25} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00}^2 + \frac{2}{5} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{10} + \frac{7}{4} \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} \\
 & + \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10}^2 + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} + \frac{7}{4} \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} \\
 & + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{10} \theta_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20}^2] + \frac{5}{2} D_{\tau} \Omega_{\varphi} [\frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} \\
 & + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} - \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10}^2 - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20}] \}
 \end{aligned}$$

und weiter

$$\begin{aligned}
 P_{x0}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ E_x (\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_{\varphi}^2 [(\Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20})^2 \right. \\
 & - \theta_{00} ((\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{11} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{21} + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 \theta_{22})] + \frac{5}{2} D_x (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \\
 & + \Omega_{\varphi}^2 [\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10}^2 + \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \theta_{10} \theta_{20} + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20}^2 - \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} \\
 & - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \theta_{00} \theta_{21} - \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{22}] + \frac{5}{2} D_{\tau} \Omega_{\varphi}^2 \\
 & \left. \cdot [\Delta_{10}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{11} - \theta_{10}^2) + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20})] \right\}.
 \end{aligned} \tag{9.36}$$

Hier liegt es wieder nahe, den Determinantensatz in der allgemeinen Form (5.10) anzuwenden, um einige Vereinfachungen zu erreichen. Es gelten die folgenden Beziehungen, die hier Verwendung finden.

$$\begin{aligned}
 \theta_{00} \theta_{11} - \theta_{10}^2 &= \theta_{0011} \theta, \\
 \theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20} &= \theta_{0021} \theta, \\
 \theta_{00} \theta_{22} - \theta_{20}^2 &= \theta_{0022} \theta.
 \end{aligned} \tag{9.37}$$

Damit ergibt sich mit (9.37)

$$\begin{aligned}
 p_{x0}^{(2)} = & \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\Theta_{00}} \left\{ E_x [\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Theta_{00} - \Omega_\varphi^2 (\Delta_{10}^{(2)})^2 \Theta_{0011} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Theta_{0021} \right. \\
 & + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 \Theta_{0022}] + \frac{5}{2} D_x [\Delta^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \Theta_{00} - \Omega_\varphi^2 (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta_{0011} + \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \Theta_{0021} \\
 & \left. + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{0022}] + \frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi [\Delta^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \Theta_{0011} + \frac{7}{4} \Delta^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Theta_{0021}] \right\}. \quad (9.38)
 \end{aligned}$$

Die Größen

$$\begin{aligned}
 \Theta_{0011} &= I_{22} + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2), \\
 \Theta_{0021} &= I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2), \\
 \Theta_{0022} &= I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)
 \end{aligned} \quad (9.39)$$

werden nun eingesetzt und die mit E_x , $\frac{5}{2} D_x$ und $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierten Klammern je für sich betrachtet. Es ist die mit E_x multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned}
 & \Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Theta_{00} - \Omega_\varphi^2 [(\Delta_{10}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta^{(2)}} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \Delta_{22}^{(2)} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} \\
 & - \frac{49}{8} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 I_{11} + \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \Delta_{11}^{(2)} (\Delta_{20}^{(2)})^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)] \\
 & = \Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Theta_{00} - \Omega_\varphi^2 [(\Delta_{10}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 I_{11}] - \Omega_\varphi^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \cdot \\
 & \cdot \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{49}{16} \left\{ (I_{10} I_{22} - I_{20} I_{21})^2 (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) - 2 (I_{10} I_{22} - I_{20} I_{21}) (I_{10} I_{21} - I_{11} I_{20}) \right. \\
 & \left. + (I_{00} I_{21} - I_{10} I_{20}) + (I_{00} I_{22} - I_{20}^2) (I_{10} I_{21} - I_{11} I_{20})^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

Die geschweifte Klammer ergibt

$$\begin{aligned}
 & (I_{10}I_{22} - I_{20}I_{21})(I_{10}I_{00}I_{11}I_{22} - I_{10}^3I_{22} - I_{00}I_{11}I_{20}I_{21} + \\
 & I_{10}^2I_{20}I_{21} - I_{00}I_{10}I_{21}^2 + I_{10}^2I_{20}I_{21} + I_{00}I_{11}I_{20}I_{21} - \\
 & I_{10}I_{11}I_{20}^2) + (I_{10}I_{21} - I_{11}I_{20})(-I_{00}I_{10}I_{21}I_{22} + I_{10}^2I_{20}I_{22} \\
 & + I_{00}I_{20}I_{21}^2 - I_{10}I_{20}^2I_{21} + I_{00}I_{10}I_{21}I_{22} - I_{00}I_{11}I_{20}I_{22} - \\
 & I_{10}I_{20}^2I_{21} + I_{11}I_{20}^3) = \Delta^{(2)}(I_{10}\Delta_{10}^{(2)} - I_{20}\Delta_{20}^{(2)}).
 \end{aligned}$$

Nun wird berechnet

$$\begin{aligned}
 \Theta_{00} &= (I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2))(I_{22} + \frac{49}{16}\frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) - \\
 & (I_{21} - \frac{7}{4}\frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2))^2 = \Delta_{00}^{(2)} + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)\frac{1}{\Delta^{(2)}}(\Delta_{11}^{(2)}I_{22} \\
 & + \frac{49}{16}\Delta_{22}^{(2)}I_{11} + \frac{7}{2}\Delta_{21}^{(2)}I_{21}) + \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2\frac{49}{16}(\Delta_{11}^{(2)}\Delta_{22}^{(2)} - (\Delta_{21}^{(2)})^2),
 \end{aligned}$$

also mit (5.10)

$$\Theta_{00}\Delta^{(2)} = \Delta_{00}^{(2)}\Delta_{00}^{(2)} + (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)K_0 + \frac{49}{16}I_{00}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2, \quad (9.40)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt wurde

$$K_0 = \Delta_{11}^{(2)}I_{22} + \frac{7}{2}\Delta_{21}^{(2)}I_{21} + \frac{49}{16}\Delta_{22}^{(2)}I_{11}. \quad (9.41)$$

Dann wird die mit E_x multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned} & \Delta^{(2)}(\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Delta_{00}^{(2)}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)K_0 + \frac{49}{16} I_{00} \Delta_{00}^{(2)}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 - \\ & \Omega_\varphi^2 \left\{ (\Delta_{10}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 I_{11} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \cdot \right. \\ & \cdot (\Delta_{10}^{(2)} I_{10} - \Delta_{20}^{(2)} I_{20}) = \Delta^{(2)}(\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Omega_x^2 \Delta_{00}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{00}^{(2)} K_0 \\ & - (\Delta_{10}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 I_{11}) + \Omega_x^4 \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \\ & \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} (2 \Delta_{00}^{(2)} I_{00} - \Delta_{10}^{(2)} I_{10} + \Delta_{20}^{(2)} I_{20}) + \Omega_\varphi^4 \frac{49}{16} (\Delta_{00}^{(2)} I_{00} \\ & - \Delta_{10}^{(2)} I_{10} + \Delta_{20}^{(2)} I_{20}) = \Delta^{(2)}(\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Omega_x^2 \Delta_{00}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} I_{22} \\ & + \frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} I_{11} - (\Delta_{10}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \\ & \frac{49}{16} (\Delta_{20}^{(2)})^2 I_{11}) + \Omega_x^4 \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \Omega_\varphi^4 \frac{49}{16} \Delta^{(2)} + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} (I_{00} \Delta_{00}^{(2)} + \Delta^{(2)}) \\ & = \Delta^{(2)}(\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Omega_x^2 \Delta_{00}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 \Delta^{(2)} (I_{22}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2) + \frac{49}{16} \cdot \\ & \cdot (\Omega_x^4 \Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \Omega_\varphi^4 \Delta^{(2)} + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 (I_{00} \Delta_{00}^{(2)} + \Delta^{(2)})). \end{aligned}$$

Nun wird die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte Klammer weiter betrachtet. Sie ist gleich

$$\Delta_{10}^{(2)} (\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}) + (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) K_0 + \frac{49}{16} I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 -$$

$$\begin{aligned}
 & -\Omega_p^2 (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)}) I_{22} + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_p^2) + \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \\
 & \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) I_{21} - \frac{49}{16} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_p^2) + \\
 & \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_p^2))
 \end{aligned}$$

Es ist weiter mit Ω_p^2 multipliziert

$$\begin{aligned}
 & \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} I_{11} - \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} I_{22} - \\
 & \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) I_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} I_{11} = \frac{7}{4} I_{21} [(I_{10} I_{22} - \\
 & I_{20} I_{21}) (I_{00} I_{21} - I_{10} I_{20}) - (I_{00} I_{22} - I_{20}^2) (I_{10} I_{21} - I_{11} I_{20})] \\
 & + \frac{49}{16} I_{11} [(I_{10} I_{22} - I_{20} I_{21}) (I_{00} I_{11} - I_{10}^2) - (I_{10} I_{21} - \\
 & I_{11} I_{20}) (I_{00} I_{21} - I_{10} I_{20})] = \frac{7}{4} I_{21} (I_{00} I_{10} I_{21} I_{22} - I_{10}^2 I_{20} I_{22} \\
 & - I_{00} I_{20} I_{21}^2 + I_{10} I_{20}^2 I_{21} - I_{00} I_{10} I_{21} I_{22} + I_{00} I_{11} I_{20} I_{22} + \\
 & I_{10} I_{20}^2 I_{21} - I_{11} I_{20}^3) + \frac{49}{16} I_{11} (I_{00} I_{10} I_{11} I_{22} - I_{10}^3 I_{22} - \\
 & I_{00} I_{11} I_{20} I_{21} + I_{10}^2 I_{20} I_{21} - I_{00} I_{10} I_{21}^2 + I_{10}^2 I_{20} I_{21} + \\
 & I_{00} I_{11} I_{20} I_{21} + I_{10} I_{20}^2 I_{11}) = \frac{7}{4} \Delta^{(2)} I_{21} I_{20} + \frac{49}{16} \Delta^{(2)} I_{10} I_{11}
 \end{aligned}$$

und mit $\Omega_x^2 \Omega_\varphi^2$ multipliziert mit (5.10)

$$\begin{aligned} \frac{49}{8} \Delta_{10}^{(2)} I_{00} - \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} + \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta^{(2)}} (\Delta_{10}^{(2)} (\Delta_{21}^{(2)})^2 + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)}) \\ - \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} = \frac{49}{8} \Delta_{10}^{(2)} I_{00} - \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} = \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} I_{001}, \end{aligned}$$

so daß schließlich die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte Klammer ergibt

$$\begin{aligned} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \Delta_{10}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 \frac{7}{4} \Delta^{(2)} (I_{20} I_{21} + \frac{7}{4} I_{10} I_{11}) + \Omega_x^2 \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} I_{00} \\ + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} I_{00}. \end{aligned}$$

Zum Schluß wird noch die mit $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierte Klammer berechnet. Mit (9.39) und (5.10) wird

$$\begin{aligned} \Omega_\varphi \Delta^{(2)} (\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} - \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)) = \\ = \Omega_\varphi \Delta^{(2)} (\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)). \end{aligned}$$

Dann wird schließlich nach (3.3) mit (9.38)

$$\begin{aligned} j_{\text{ex}\omega}^{(2)} = \frac{1}{2} e n_e w \frac{3}{2} \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\Delta^{(2)} \theta_{00}} \left\{ E_x \left[\Delta^{(2)} (\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Omega_x^2 \Delta_{00}^{(2)} K_0 \right. \right. \\ \left. \left. + \Omega_\varphi^2 \Delta^{(2)} (I_{22}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2) \right] + \frac{49}{16} (\Omega_x^4 \Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \Omega_\varphi^4 \Delta^{(2)} + \right. \\ \left. + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 (\Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \Delta^{(2)})) \right\} + \frac{5}{2} D_x \left[\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \Delta_{10}^{(2)} K_0 + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{7}{4} \Omega_{\varphi}^2 \Delta^{(2)} (I_{20} I_{21} + \frac{7}{4} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) \Delta_{10}^{(2)} I_{00}] +$$

$$+ \frac{5}{2} D_r \Omega_{\varphi} \Delta^{(2)} (\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) I_{10}) \}$$

und weiter umgeformt mit Hilfe von (5.4) für $n = 2$

$$\frac{1}{2} e n_e w \frac{3}{2} \frac{1}{n_a} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\frac{\Theta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}} = e n_e \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{3} \frac{9}{4} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{n_a} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\frac{\Theta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}} =$$

$$e n_e \frac{2}{\sqrt{\pi}} w \frac{1}{3} \bar{\ell}_6^{(2)} \frac{1}{\frac{\Theta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}}.$$

Entsprechend zur ersten Näherung wird auch hier $\bar{\ell}_{6\omega}^{(2)}$, $b_{e\omega}^{(2)}$, $D_{e\omega}^{(2)}$, $A_{\omega}^{(2)}$ und $D_{eTh\omega}^{(2)}$ definiert, indem man beim Fall eines nur vorhandenen Eigenmagnetfeldes für $n = 2$, Ω_{φ}^2 durch $\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2$ ersetzt. Es wird also

$$\bar{\ell}_{6\omega}^{(2)} = \frac{\left(1 - \frac{7}{4} \frac{\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2}{\Delta_{00}^{(2)}}\right)^2}{1 + \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) + \frac{49}{16} \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)^2} \bar{\ell}_6^{(2)},$$

$$b_{e\omega}^{(2)} = \frac{2}{3} \frac{e}{m} \left(\frac{1}{v}\right) \bar{\ell}_{6\omega}^{(2)},$$

$$D_{e\omega}^{(2)} = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\ell}_{6\omega}^{(2)}, \quad (9.42)$$

$$A_{\omega}^{(2)} = \frac{5}{2} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2)}\right),$$

$$D_{eTh\omega}^{(2)} = (A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) D_{e\omega}^{(2)}.$$

Dann wird mit (2.6) und diesen Definitionen

$$\begin{aligned}
 j_{ex\omega}^{(2)} = e n_e \left\{ \left[v_{e\omega}^{(2)} G_x + \left(D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \times \right. \right. \\
 \times \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left[1 + \Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} (I_{11}^2 \frac{49}{16} + \right. \\
 \left. I_{22}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Omega_x^2 \frac{I_{000}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2}) \right] \\
 \left. + \frac{5}{2} D_{e\omega}^{(2)} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left[1 + \Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} \right. \right. \quad (9.43) \\
 \left. + \Omega_\varphi^2 \frac{7}{4} \frac{1}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)}} (I_{20} I_{21} + \frac{7}{4} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Omega_x^2 \frac{I_{000}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} \right] \times \\
 \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{5}{2} D_{e\omega}^{(2)} \Omega_\varphi \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left(\frac{I_{22}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \frac{7}{4} \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{I_{21}}{\Delta_{10}^{(2)}} + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{I_{10}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)}} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\}.
 \end{aligned}$$

Es wird nun weiter umgeformt

$$\begin{aligned}
 \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left[1 + \Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} (I_{22}^2 + \right. \\
 \left. \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Omega_x^2 \frac{I_{000}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2}) \right] =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 1 + \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left[\frac{7}{2}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Delta_{00}^{(2)} - \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 \right. \\
 & + \Omega_x^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)} K_0}{\Delta_{(2)}^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 (I_{22}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \cdot \\
 & \cdot (\Omega_x^2 \frac{I_{00} \Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{(2)}^{(2)}} + \Omega_\varphi^2) \left. \right] = 1 + \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left\{ \Omega_x^2 \cdot \right. \\
 & \cdot \left[\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)} K_0}{\Delta_{(2)}^{(2)}} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\frac{\Delta_{00}^{(2)} I_{00}}{\Delta_{(2)}^{(2)}} - 1) \right] + \Omega_\varphi^2 \left[(I_{22} + \right. \\
 & \left. \frac{7}{4} I_{11})^2 - \frac{7}{2} I_{11} I_{22} + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{2} I_{11} I_{22} - \frac{7}{2} I_{21}^2 \right] \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Abkürzungen

$$K_1 = I_{22} + \frac{7}{4} I_{11}, \quad (9.44)$$

$$N = \Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \quad (9.45)$$

und Einführung von $D_{eTh\omega}^{(2)}$ kann nun geschrieben werden (9.43)

$$\begin{aligned}
 j_{ex\omega}^{(2)} &= e n_e \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{eTh\omega}^{(2)}) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \cdot \right. \\
 & \cdot \left[1 + \frac{\Omega_x^2}{N^2} \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)} K_0}{\Delta_{(2)}^{(2)}} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\frac{\Delta_{00}^{(2)} I_{00}}{\Delta_{(2)}^{(2)}} - 1) \right) + \frac{\Omega_\varphi^2}{N^2} K_1^2 \right] \\
 & + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{1}{N^2} \frac{5}{2} \left[\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{(2)}^{(2)}} K_0 + \Omega_\varphi^2 \frac{7}{4} (I_{20} I_{21} + \right. \\
 & \left. \frac{7}{4} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Omega_x^2 \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{(2)}^{(2)}} I_{00} - \Delta_{10}^{(2)} N - \Omega_x^2 \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} \right. \right.
 \end{aligned}$$

(9.46)

$$+ \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} K_0 + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \left(\frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} I_{00} - 1 \right) - \Omega_\varphi^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{N} K_1^2 \Big] +$$

$$\frac{5}{2} D_{e\omega} \frac{\Omega_\varphi}{N} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \left[\frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} I_{22} + \frac{7}{4} \frac{\Delta_{30}^{(2)}}{N} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{I_{10}}{N} \right] \Big\}.$$

Dann wird der mit $D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{1}{N^2}$ multiplizierte Ausdruck

$$\frac{5}{2} \Delta_{00}^{(2)} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{5}{2} \Delta_{00}^{(2)} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{5}{2} \Omega_x^2 \left[\frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} K_0 + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} - \frac{7}{2} \frac{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)}}{N} - \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)} N} K_0 \right.$$

$$+ \left. \left(\frac{49}{16} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} I_{00} - \frac{49}{16} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{N} \left(\frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} I_{00} - 1 \right) \right) (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \right] + \frac{5}{2} \Omega_\varphi^2 \left(\frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \right.$$

$$+ \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} - \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} K_1^2 \Big) = \Omega_x^2 \left[\left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} \right. \right.$$

$$+ \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} K_0 + \frac{49}{16} \left(\frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} I_{00} - 1 \right) (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) - \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)} N} K_0 + \frac{7}{4} \frac{1}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) K_0 \right.$$

$$- \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \left(1 - \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} I_{00} \right) + \frac{49}{16} \frac{7}{4} \frac{I_{00}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 \Big]$$

$$- \Omega_\varphi^2 \left[K_1^2 (A_\omega^{(2)} - \frac{5}{2}) - \frac{35}{8} I_{10} \left(\frac{7}{4} I_{11} + I_{22} \right) \right] = \Omega_x^2 \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \frac{7}{4} \times$$

$$\times \left(\Delta_{00}^{(2)} + (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{K_1}{\Delta^{(2)}} + \frac{49}{16} \frac{I_{00}}{\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 \right) - \Omega_\varphi^2 K_1 \times$$

$$\times \left(K_1 (A_\omega^{(2)} - \frac{5}{2}) - \frac{35}{8} I_{10} \right)$$

und der mit $D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{\Omega_\varphi}{N}$ multiplizierte

$$(A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) I_{22} + \frac{35}{8} I_{10} (\frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) - \Delta_{00}^{(2)}) \frac{1}{N} + \frac{35}{8} \frac{1}{N},$$

$$*(I_{10} I_{21}^2 - I_{11} I_{20} I_{21} + I_{10} I_{11} I_{22} - I_{10} I_{21}^2) = (A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}),$$

$$*(I_{22} + \frac{7}{4} I_{11}) - \frac{35}{8} I_{10},$$

Indem nun noch die Abkürzung $K_{2\omega}$

$$K_{2\omega} = K_1 (A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) - \frac{35}{8} I_{10} \quad (9.47)$$

eingeführt wird, ergibt sich endgültig (9.46)

$$j_{ex\omega}^{(2)} = e n_e \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{eTh\omega}^{(2)} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] * \right. \\ \left. + \left[1 + \frac{\Omega^2}{N^2} \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{20}^{(2)}} K_0 + \frac{49}{16} \left(\frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{20}^{(2)}} I_{00} - 1 \right) (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) \right) + \frac{\Omega^2}{N^2} K_1^2 \right] \right. \quad (9.48) \\ \left. + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[\frac{\Omega^2}{N^2} \left(\frac{7}{2} (5 - A_{\omega}^{(2)}) \theta_{00} - \frac{\Omega_{\varphi}^2}{N^2} K_1 K_{2\omega} \right) + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\Omega_{\varphi}^2}{N^2} K_{2\omega} \right] \right\}.$$

Zur Berechnung von $W_{er\omega}^{(2)}$ und $W_{ex\omega}^{(2)}$ werden noch $p_{r1}^{(2)}$ und $p_{x1}^{(2)}$ benötigt. Mit Einführung der Nebenbedingung (9.35) wird (9.33)

$$-p_{r1}^{(2)} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ \Omega_{\varphi} E_x \left(\frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} + \Delta_{10}^{(2)} \theta_{10} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{20} \right) \theta_{10} \right. \\ + \Omega_{\varphi} D_x \left(\Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10} + \frac{35}{8} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{20} \right) \theta_{10} - \frac{5}{2} D_r \theta_{10}^2 \Delta_{10}^{(2)} - \Omega_{\varphi} E_x \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} \right. \\ + \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} \left. \right) - \Omega_{\varphi} D_x \left(\Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} + \frac{5}{2} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} + \frac{35}{8} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} \right) \\ \left. + \frac{5}{2} D_r \theta_{00} \theta_{11} \Delta^{(2)} \right\}$$

oder unter Beachtung von (9.37) und (9.37)

$$- P_{rl}^{(2)} = \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} \left[-\Omega_{\varphi}^2 E_x (\Delta_{10}^{(2)} \theta_{0011} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{0021}) \right. \\ \left. - \Omega_{\varphi} D_x (\Delta_{11}^{(2)} \theta_{0011} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{0021}) + D_x \Delta^{(2)} \theta_{0011} \right].$$

Mit (9.38) und (9.38) und Anwendung des Determinantensatzes (5.10) wird

$$- P_{rl}^{(2)} = \frac{15}{4} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} D_r \left[\Delta^{(2)} I_{22} + \frac{49}{16} \Delta_{22}^{(2)} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) \right] \\ - \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} \Omega_{\varphi} \left[E_x (\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) I_{10} \right. \\ \left. + \frac{5}{2} D_x (\Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) I_{00}) \right].$$

Damit wird (3.5)

$$W_{er\omega}^{(2)} \leq \frac{3}{2} \frac{25}{4} \frac{1}{2} n_e w 2 kT \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} \frac{1}{2} D_r \left[\Delta^{(2)} I_{22} + \frac{49}{16} \Delta_{22}^{(2)} \right. \\ \left. + (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) \right] - \frac{15}{16} n_e w 2 kT \frac{1}{n_a} \frac{1}{\Delta^{(2)}} \frac{1}{\theta_{00}} \Omega_{\varphi} \left[E_x (\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \right. \\ \left. \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) I_{10}) + \frac{5}{2} D_x (\Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} \right. \\ \left. + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_{\varphi}^2) I_{00}) \right]. \quad (9.49)$$

Hier wird nun wieder entsprechend zur 1. Näherung die mittlere freie Weglänge für die Wärmeleitfähigkeit eines Plasmas

$$\bar{\ell}_{\lambda\omega}^{(2)} = \frac{1 + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{I_{22}\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)}{1 + \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)}\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) + \frac{49}{16} \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)}\Delta^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2} \bar{\ell}_\lambda^{(2)} \quad (9.50)$$

Dann kann $W_{er\omega}^{(2)}$ mit

$$\lambda_{e\omega}^{(2)} = \frac{4}{9} n_e \left(\frac{3}{2} k \right) \bar{v} \bar{\ell}_{\lambda\omega}^{(2)} \quad (9.51)$$

in der Form $W_{er\omega}^{(2)} = \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \text{Zusatzglied}$ geschrieben werden. Mit (2.6) wird also unter Beachtung von (9.42)

$$\begin{aligned} J_{er\omega}^{(2)} &= \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \Omega_\varphi \left\{ \left(b_{e\omega}^{(2)} G_x + D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \frac{1}{N^2} \frac{5}{2} \left[\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{10} \right] + D_{e\omega}^{(2)} \quad (9.52) \\ &\quad \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[\Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Weiter wird

$$\begin{aligned} W_{er\omega}^{(2)} &= \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \frac{\Omega_\varphi}{N} \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right\} \left[\left(A_{e\omega}^{(2)} - \frac{5}{2} \right) (I_{22} + \frac{7}{4} I_{11}) + \frac{35}{8} \frac{1}{N} (-\Delta_{10}^{(2)} I_{11} + \Delta_{20}^{(2)} I_{21} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) I_{10} \Big] + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{5}{2} \left[(A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) \frac{7}{4} I_{10} + \frac{35}{8} \frac{1}{N} \right. \\ \left. + (-\Delta_{10}^{(2)} I_{10} + \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) I_{00}) + \frac{5}{2} \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{N} I_{22} \right]$$

und umgeformt mit Einführung der Größe K_1 (9.47)

$$N_{er\omega}^{(2)} = \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(- \frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \frac{\Omega_y}{N} \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \\ \left. \left. + D_{eTh\omega}^{(2)} \right) \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[(A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) K_1 - \frac{35}{8} I_{10} (A_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) \frac{1}{N} \right] \right. \\ \left. + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[(A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) \frac{7}{4} I_{10} - \frac{35}{8} I_{00} (A_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) \frac{1}{N} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{5}{2} \frac{I_{22}}{N} (\Delta_{11}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)}) + (\frac{5}{2} - A_{\omega}^{(2)}) \left((A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) K_1 - \frac{35}{8} I_{10} \right) \right] \right\}.$$

Als endgültiger Ausdruck ergibt sich mit $K_{2\omega}$ und indem noch zur Abkürzung $K_{3\omega}$

$$K_{3\omega} = (A_{\omega}^{(2)} - \frac{5}{2}) \frac{7}{4} I_{10} - \frac{35}{8} I_{00} + \frac{5}{2} \frac{I_{22}}{N} (\Delta_{11}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)}) \quad (9.53)$$

eingeführt wird

$$W_{er\omega}^{(2)} = \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(- \frac{\partial T}{\partial r} \right) - n_e kT \frac{\Omega_y}{N} \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] + D_{eTh\omega}^{(2)}) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] K_{2\omega} + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[\frac{5}{2} K_{3\omega} + (\frac{5}{2} - A_{\omega}^{(2)}) K_{2\omega} \right] \right\}. \quad (9.54)$$

Um $W_{\text{ex}\omega}^{(2)}$ zu berechnen wird $p_{r0}^{(2)}$, $p_{r1}^{(2)}$ und $p_{r2}^{(2)}$ in $p_{x1}^{(2)}$ eingesetzt

$$p_{x1}^{(2)} = \frac{1}{\Delta^{(2)}} \left\{ \frac{3}{2} \frac{1}{wn_a} E_x \Delta_{10}^{(2)} - \frac{45}{4} \frac{1}{wn_a} D_x \Delta_{11}^{(2)} - \frac{2}{5} \Omega_\varphi \frac{3}{2} \frac{1}{wn_a} \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Theta} \left[(E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{00} + (\frac{5}{2} D_r - \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{10} - (\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{35}{8} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{20} \right] + \Omega_\varphi \frac{3}{2} \frac{1}{wn_a} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Theta} \left[(-E_r + \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{10} + (-\frac{5}{2} D_r + \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{11} + (\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{35}{8} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{21} \right] - \frac{7}{4} \Omega_\varphi \frac{3}{2} \frac{1}{wn_a} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Theta} \left[(E_r - \frac{2}{5} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{20} + (\frac{5}{2} D_r - \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} - \frac{5}{2} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{21} - (\frac{7}{4} \Omega_\varphi E_x \frac{\Delta_{20}^{(2)}}{\Delta^{(2)}} + \frac{35}{8} \Omega_\varphi D_x \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta^{(2)}}) \Theta_{22} \right] \right\}$$

und weiter

$$p_{x1}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{1}{wn_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\Theta} \left\{ E_x (-\Delta^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \Theta + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \Theta_{00} + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 (\Delta_{10}^{(2)})^2 \Theta_{10} + \frac{7}{10} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Theta_{20} + \frac{7}{4} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{21} + \frac{49}{16} \Omega_\varphi^2 \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{22} + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta_{10} + \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta_{11} + \frac{7}{4} \Omega_\varphi^2 \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \Theta_{21} + \frac{7}{10} \Omega_\varphi^2 \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{20} + \frac{5}{2} D_x (-\Delta^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta + \frac{4}{25} \Omega_\varphi^2 (\Delta_{10}^{(2)})^2 \Theta_{00} + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta_{10} + \frac{7}{10} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{20} + \frac{2}{5} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{21} + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{11}^{(2)})^2 \Theta_{11} + \frac{7}{4} \Omega_\varphi^2 \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{21} + \frac{7}{10} \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{20} + \frac{7}{4} \Omega_\varphi^2 \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{21} + \frac{49}{16} \Omega_\varphi^2 (\Delta_{21}^{(2)})^2 \Theta_{22}) + \frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi (-\frac{2}{5} \Delta^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \Theta_{10} - \Delta^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \Theta_{11} - \frac{7}{4} \Delta^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \Theta_{21}) + \right.$$

$$+ E_r \Omega_f \left(-\frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} - \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10} - \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20} \right) \}.$$

Die Nebenbedingung (9.35) eingesetzt folgt

$$\begin{aligned} p_{x1}^{(2)} = & \frac{3}{2} \frac{1}{w} \frac{1}{n_a} \frac{1}{(\Delta_{10}^{(2)})^2} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ E_x \left[-\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_f^2 \left(\frac{4}{25} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00}^2 \right. \right. \right. \\ & + \frac{2}{5} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{10} + \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{22} \\ & + \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} + \frac{7}{10} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} \\ & - \frac{4}{25} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00}^2 - \frac{2}{5} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{10} - \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{2}{5} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} \\ & - \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10}^2 - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} - \frac{7}{10} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} \\ & - \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{20}^2 \left. \right] + \frac{5}{2} D_x \left[-\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_f^2 \left(\frac{4}{25} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00}^2 + \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} \right. \right. \\ & + \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} + \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} + (\Delta_{11}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{11} + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} \\ & + \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} + \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 \theta_{00} \theta_{22} - \frac{4}{25} (\Delta_{10}^{(2)})^2 \theta_{00}^2 \\ & - \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{2}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - (\Delta_{11}^{(2)})^2 \theta_{10}^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} - \frac{7}{10} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{20} - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} - \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 \theta_{20}^2 \Big] \\
 & + \frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi \Big[-\frac{1}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} - \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \theta_{11} - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{00} \theta_{21} \\
 & + \frac{7}{5} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} \theta_{10} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{10}^2 + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{10} \theta_{20} \Big] \Big\}.
 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned}
 p_{x1}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\theta_{00}} \Big\{ E_x \Big[-\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta \theta_{00} + \Omega_\varphi^2 \Big(\frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \times \\
 & \times (\theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20}) + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{22} - \theta_{20}^2) + \Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{11} - \theta_{10}^2) \\
 & + \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20}) \Big) \Big] + \frac{5}{2} D_x \Big[-\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta \theta_{00} + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{11}^{(2)})^2 \times \\
 & \times (\theta_{00} \theta_{11} - \theta_{10}^2) + \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20}) + \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 (\theta_{00} \theta_{22} - \theta_{20}^2) \Big] \\
 & + \frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi \Big[-\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{11} - \theta_{10}^2) - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (\theta_{00} \theta_{21} - \theta_{10} \theta_{20}) \Big] \Big\}.
 \end{aligned}$$

Unter Anwendung der Beziehungen (9.37), (9.38) und (9.39) wird

$$\begin{aligned}
 p_{x1}^{(2)} &= \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta_{00}} \Big\{ E_x \Big[-\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \theta_{00} + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{0011} + \\
 & + \frac{7}{4} (\Delta_{10}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)}) \theta_{0021} + \frac{49}{16} \Delta_{20}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{0022} \Big] + \frac{5}{2} D_x \Big[-\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{00} \\
 & + \Omega_\varphi^2 (\Delta_{11}^{(2)})^2 \theta_{0011} + \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{0021} + \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 \theta_{0022} \Big] + \frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi \times \\
 & \times \Big[-\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} \theta_{0011} - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} \theta_{0021} \Big] \Big\}. \tag{9.55}
 \end{aligned}$$

Es werden jetzt die $\theta_{\nu\mu}$ und $\theta_{00\nu\mu}$ ($\nu, \mu = 1, 2$) eingesetzt und die mit E_x , $\frac{5}{2} D_x$ und $\frac{5}{2} D_r$ multiplizierten Klammerausdrücke je für sich ausgerechnet. Die mit E_x multiplizierte Klammer ist dieselbe wie die bei $p_{x0}^{(2)}$ mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte. Unter Verwendung von $\Delta^{(2)}\theta_{00}(9.40)$ folgt für die mit $\frac{5}{2} D_x$ multiplizierte Klammer

$$\begin{aligned} & \Delta_{11}^{(2)} (-\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} - (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) K_0 - \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 I_{00}) + \Omega_\varphi^2 \times \\ & \times \left\{ (\Delta_{11}^{(2)})^2 (I_{22} + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)) + \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (I_{21} - \frac{7}{4} \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)) \right. \\ & \left. + \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 (I_{11} + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{21}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)) \right\} = -\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} - \Omega_x^2 \Delta_{11}^{(2)} K_0 - \\ & \Omega_\varphi^2 ((\Delta_{11}^{(2)})^2 I_{22} + \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} I_{11} - (\Delta_{11}^{(2)})^2 I_{22} - \frac{7}{2} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} \\ & + \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 I_{11}) - \Omega_x^4 \frac{49}{16} \Delta_{11}^{(2)} I_{00} - \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 (\frac{49}{8} \Delta_{11}^{(2)} I_{00} - \frac{49}{16} (\Delta_{11}^{(2)})^2 \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} \\ & + \frac{49}{8} (\Delta_{21}^{(2)})^2 \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{21}^{(2)}} - \frac{49}{16} (\Delta_{21}^{(2)})^2 \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{21}^{(2)}}) = -\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} - \Omega_x^2 \Delta_{11}^{(2)} K_0 - \\ & \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} \Delta_{11}^{(2)} I_{11} I_{00} - \Omega_x^4 \frac{49}{16} \Delta_{11}^{(2)} I_{00} - \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} \Delta_{11}^{(2)} I_{00}. \end{aligned}$$

Die mit $\frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi$ multiplizierte Klammer wird mit (5.10)

$$\begin{aligned} & -\Delta_{11}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} (I_{22} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} \Delta_{21}^{(2)} (I_{21} - \\ & \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{\Delta_{21}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}}) = -\Delta_{11}^{(2)} (\Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00}) \end{aligned}$$

und somit (9.55)

$$p_{x1}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ -E_x [\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \Delta_{10}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 \frac{7}{4} \Delta^{(2)}]$$

$$+ (I_{20} I_{21} + \frac{7}{4} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^4 \Delta_{10}^{(2)} I_{00} + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \Delta_{10}^{(2)} I_{00}) \Big] - \frac{5}{2} D_x \quad (9.56)$$

$$+ \left[\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} + \Omega_x^2 \Delta_{11}^{(2)} K_0 + \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} \Delta^{(2)} I_{00} I_{11} + \frac{49}{16} (\Omega_x^4 \Delta_{11}^{(2)} I_{00} + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \Delta_{11}^{(2)} I_{00}) \right]$$

$$- \frac{5}{2} \Omega_\varphi \Omega_\varphi \Delta^{(2)} (\Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{21}^{(2)} I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) I_{00}) \Big\}.$$

Es muß nun, um $W_{ex\omega}^{(2)}$ berechnen zu können, $p_{x0}^{(2)} - p_{x1}^{(2)}$ gebildet werden

$$p_{x0}^{(2)} - p_{x1}^{(2)} = \frac{3}{2} \frac{1}{w n_a} \frac{1}{(\Delta^{(2)})^2} \frac{1}{\theta_{00}} \left\{ E_x [\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) + \Omega_x^2 (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) K_0 \right.$$

$$+ \Omega_\varphi^2 \Delta^{(2)} (I_{22} + \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11}) + \Omega_x^4 \frac{49}{16} (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) I_{00}$$

$$+ \Omega_\varphi^4 \frac{49}{16} \Delta^{(2)} + \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} (\Delta_{00}^{(2)} I_{00} + \Delta_{10}^{(2)} I_{00} + \Delta^{(2)}) \Big] + \frac{5}{2} D_x [\Delta^{(2)} \Delta_{00}^{(2)} (\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) + \Omega_x^2 K_0$$

$$+ (\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) + \Omega_x^2 \Delta^{(2)} (\frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} + \frac{49}{16} I_{00} I_{11}) + \Omega_x^4 \frac{49}{16} (\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) I_{00}$$

$$+ \Omega_x^2 \Omega_\varphi^2 \frac{49}{16} (\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) I_{00} \Big] + \frac{5}{2} D_\varphi \Omega_\varphi \Delta^{(2)} [(\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) I_{22} + \frac{7}{4} (\Delta_{20}^{(2)} + \Delta_{21}^{(2)}) I_{21} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (I_{00} + I_{10}) \Big] \Big\}.$$

Nach (35) wird nun

$$W_{\text{ex}\omega}^{(2)} = \frac{1}{3} \frac{5}{4} m n_e w \frac{2kT}{m} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{9}{4} \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{1}{n_a}$$

$$\frac{1}{1 + (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} + \frac{49}{16} I_{00} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2)^2 \frac{1}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}}}$$

$$\left\{ E_x \left[1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} (I_{22}^2 + \right.$$

$$\frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \times$$

$$\left. (\Omega_x^2 \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} (1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}) + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2}) \right] + \frac{5}{2} D_x \left[\frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \right.$$

$$\Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} (\frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} +$$

$$\frac{49}{16} I_{00} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Omega_x^2 \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \left. \right] +$$

$$\frac{5}{2} D_r \Omega_\varphi \left[\frac{I_{22}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \frac{7}{4} \frac{I_{21}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \right.$$

$$\left. \times \frac{I_{00} + I_{10}}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} \right] \Bigg\}.$$

werden

Es wird nun (26) eingesetzt, außerdem die Größen $b_{e\omega}^{(2)}$, $D_{e\omega}^{(2)}$, $D_{eTh\omega}^{(2)}$ und $\lambda_{e\omega}^{(2)}$ eingeführt, dann soll $W_{\text{ex}\omega}$ wieder in der Form $W_{\text{ex}\omega}^{(2)} = \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \text{Zusatzglied}$ geschrieben werden.

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega}^{(2)} &= \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \\
 &+ D_{eTh\omega}^{(2)} \left. \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left] \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \frac{5}{2} \left[1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \right. \right. \\
 &\Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} (I_{22}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 \\
 &+ \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Omega_x^2 \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \\
 &\times (1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}) + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2}) \left. \right] + \frac{5}{2} D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{(\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \times \\
 &\times \left[\left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \left(\frac{\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \Omega_x^2 \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \left(\left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \times \right. \\
 &\times \frac{\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \Omega_\varphi^2 \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} \left(\frac{35}{8} (I_{20} I_{21} + \frac{7}{4} I_{10} I_{11} \right. \\
 &+ \frac{7}{4} I_{00} I_{11}) + \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) (I_{22}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \\
 &\frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Omega_x^2 \frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{00}^{(2)}} \times \\
 &\times \left(\frac{5}{2} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \frac{\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \Omega_\varphi^2 \times \\
 &\times \left. \frac{1}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) - \frac{5}{2} \frac{\Delta_{22}^{(2)} I_{22}}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} \left(1 + \frac{49}{16} \frac{\Delta_{22}^{(2)}}{I_{22} \Delta_{00}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \right) \right] \\
 &+ \frac{25}{4} D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\Omega_\varphi^2 (\Delta_{00}^{(2)})^2}{(\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4}(\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2))^2} \left[\frac{I_{22}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \right.
 \end{aligned}$$

(9.57)

$$+ \frac{7}{4} \frac{I_{21}}{\Delta_{00}^{(2)}} \frac{\Delta_{20}^{(2)} + \Delta_{21}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \frac{I_{00} + I_{10}}{(\Delta_{00}^{(2)})^2} \Big] \Big\}.$$

Es werden wieder die Klammerausdrücke einzeln berechnet.
Die 1. Klammer wird

$$\begin{aligned} & \frac{5}{2} \frac{1}{N^2} \left[(\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} K_0 \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \cdot \right. \\ & \cdot (\Omega_x^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} I_{00} (1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}) + \Omega_y^2) + \Omega_y^2 (K_1^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{00} I_{21} \\ & + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} - \frac{7}{2} I_{11} I_{22}) \Big] = A_{\omega}^{(2)} + \frac{5}{2} \frac{1}{N^2} \left[-(\Delta_{00}^{(2)})^2 - \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} \right. \\ & + \frac{7}{2} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \Delta_{00}^{(2)} + \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \Delta_{10}^{(2)} - \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)^2 \\ & + (\Delta_{00}^{(2)})^2 + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Omega_x^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} K_0 \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \cdot \\ & \cdot (\Omega_x^2 \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} I_{00} (1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}}) + \Omega_y^2) + \Omega_y^2 (K_1^2 - \frac{7}{2} I_{11} I_{22} + \\ & \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{21} I_{20} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11}) \Big] = A_{\omega}^{(2)} + \frac{5}{2} \frac{1}{N^2} \left\{ \Omega_x^2 \cdot \right. \\ & \cdot \left[\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} K_0 \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \left(-\frac{I_{00}}{\Delta_{11}^{(2)}} \cdot \right. \right. \\ & \cdot (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) - 1 \Big] + \Omega_y^2 \left[K_1^2 - \frac{7}{2} I_{11} I_{22} + \frac{7}{2} I_{11} I_{22} + \right. \\ & - \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{10} I_{22} - \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \\ & \left. \left. \frac{49}{16} I_{10} I_{11} \right] \right\} = A_{\omega}^{(2)} + \frac{5}{2} \frac{1}{N^2} \left\{ \Omega_x^2 \left[\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{11}^{(2)}} K_0 \cdot \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. x \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \left(\frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)}} (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) - 1 \right) \right] + \Omega_\varphi^2 \left[K_1^2 + K_{14}^2 \cdot I_{10} \right] \Bigg\}.$$

Die mit $B_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} (-\frac{\partial T}{\partial x})$ multiplizierte Klammer wird

$$\begin{aligned} & \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[-\frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} (\Delta_{00}^{(2)2} + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)}) + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} - \Delta_{00}^{(2)} I_{22} + \Omega_x^2 x \right. \\ & \left. + \left(\frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)}} - \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) + \Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)} - \frac{49}{16} \Delta_{22}^{(2)} \right) + \Omega_\varphi^2 \left\{ \frac{7}{4} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{49}{16} I_{00} I_{11} - \frac{49}{16} \Delta_{22}^{(2)} - \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} (I_{22}^2 + \frac{49}{16} I_{11}^2 + \frac{7}{2} I_{21}^2 + \frac{7}{4} I_{20} I_{21} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} \right) \right\} + \frac{49}{16} \Omega_x^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \left(\frac{I_{00}}{\Delta_{00}^{(2)}} (\Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{11}^{(2)}) - \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} x \right. \\ & \left. + (\Delta_{00}^{(2)} + \Delta_{10}^{(2)}) - \frac{49}{16} \Omega_\varphi^2 (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) \left(\frac{\Delta_{10}^{(2)}}{N} \right) \right] = \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[-(\Delta_{00}^{(2)})^2 \Delta_{10}^{(2)} \right. \\ & \left. - \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} (I_{10} I_{22} - I_{20} I_{21}) + (\Delta_{00}^{(2)})^2 \Delta_{10}^{(2)} + (\Delta_{00}^{(2)})^2 (I_{00} I_{22} - I_{20}^2) \right. \\ & \left. - (\Delta_{00}^{(2)})^2 I_{00} I_{22} + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} I_{10} I_{22} - \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{20}^{(2)} I_{20} I_{22} + \Omega_x^2 \left\{ \frac{K_0}{\Delta_{00}^{(2)}} x \right. \right. \\ & \left. \left. + (-\Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} - (\Delta_{10}^{(2)})^2 + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} + \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} - \frac{7}{2} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) (\Delta_{10}^{(2)} - \Delta_{11}^{(2)})) \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} - \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{10}^{(2)} - \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{11}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} I_{22} - \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_\varphi^2) x \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)} \right\} + \Omega_\varphi^2 \left\{ \frac{7}{4} \Delta_{00}^{(2)} I_{20} I_{21} + \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} I_{10} I_{11} + \frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} I_{10}^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. \Delta_{10}^{(2)} I_{22}^2 - \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} I_{11}^2 - \frac{7}{2} \Delta_{10}^{(2)} I_{21}^2 - \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} I_{20} I_{21} - \frac{49}{16} \Delta_{10}^{(2)} I_{10} I_{11} \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{4} \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - \frac{1}{4} \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - \frac{1}{4} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) \\
& \left[\frac{10}{16} (I_{10} I_{11} + I_{10} I_{11}^2) + \frac{10}{16} (I_{10} I_{11}^2) + \frac{10}{16} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) \right. \\
& \left. - \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - (\Delta_{\alpha}^{(2)})^2 - \frac{7}{4} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) - \frac{10}{16} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) \right] \\
& - \frac{3}{4} \frac{1}{16} \left[\Omega_{\alpha}^{(2)} \right] \Delta_{\alpha}^{(2)} - \frac{10}{16} \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - \frac{1}{4} \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} - \frac{1}{4} \Delta_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\beta}^{(2)} + \frac{1}{4} (\Delta_{\alpha}^{(2)})^2 \\
& + \Omega_{\alpha}^{(2)} \left\{ \frac{1}{4} (I_{20} I_{21} - I_{10} I_{22} + I_{10} I_{11}) \Delta_{\alpha}^{(2)} - \frac{1}{4} (I_{10} I_{12} + I_{10} I_{11} \right. \\
& \left. - I_{10} I_{11} + 2 I_{10} I_{11}^2) \Delta_{\alpha}^{(2)} + \frac{10}{16} (\Delta_{\alpha}^{(2)} - \Delta_{\beta}^{(2)}) (I_{10} I_{11} + \frac{10}{16} \Delta_{\alpha}^{(2)} I_{11}^2 \right. \\
& \left. - \frac{10}{16} \Delta_{\alpha}^{(2)} I_{11}^2 - \Delta_{\alpha}^{(2)} I_{10} I_{11} - \frac{7}{4} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (\frac{1}{4} I_{10} I_{11} + \frac{1}{4} I_{10} I_{11}^2 \right. \\
& \left. - I_{10} I_{11}) + \frac{10}{16} I_{10} I_{11} + \frac{10}{16} I_{10} I_{11}^2 \right\} + \frac{10}{16} \Omega_{\alpha}^{(2)} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) \\
& \cdot (I_{10} I_{22} - \frac{4}{3} \frac{K_0}{\Delta_{\alpha}^{(2)}} (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) + \frac{2}{3} (I_{10} I_{12} - I_{10} I_{11}^2)) - \frac{10}{16} \Omega_{\alpha}^{(2)} \\
& \cdot \frac{7}{4} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) \frac{I_{10} I_{11}}{\Delta_{\alpha}^{(2)}} (\Delta_{\alpha}^{(2)} + \Delta_{\beta}^{(2)}) \left. \right] - \Omega_{\alpha}^{(2)} \Delta_{\alpha}^{(2)} - \Omega_{\alpha}^{(2)} \left(\frac{1}{4} \Delta_{\alpha}^{(2)} \right. \\
& \left. + \frac{1}{4} \Delta_{\beta}^{(2)} \right) + \frac{10}{16} \frac{1}{\Delta_{\alpha}^{(2)}} (\Omega_{\alpha}^{(2)} + \Omega_{\beta}^{(2)}) (I_{10} I_{11} - \frac{1}{4} I_{10} I_{11}^2) \\
& + \frac{\Omega_{\alpha}^{(2)}}{3} \frac{2}{3} (\Delta_{\alpha}^{(2)} - \frac{5}{3}) \frac{1}{\Delta_{\alpha}^{(2)}} \left\{ \frac{7}{4} \left[- \frac{1}{4} (I_{10} I_{12} + I_{10} I_{11}^2) - \frac{1}{4} I_{10} I_{11} \right] \right. \\
& \left. 2 I_{20} I_{21} (I_{11} I_{22} - I_{21}^2) - \Delta_{\alpha}^{(2)} I_{10} I_{22} - 2 I_{21}^2 (I_{10} I_{11} - \right. \\
& \left. I_{10} I_{11}^2) \right] - (I_{10} I_{11}^2 + \frac{10}{16} I_{10} I_{11} + \frac{10}{16} I_{10} I_{11}^2) \Delta_{\alpha}^{(2)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{49}{16} (I_{10} I_{11} + I_{10}^2) \Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \left(\frac{7}{4} I_{10} I_{22} + \frac{49}{16} I_{10} I_{11} \right. \\
 & \left. + \frac{49}{16} I_{10}^2 \right) \Big\} = \frac{\Omega_x^2}{N^2} \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \left\{ \frac{7}{4} \theta_{00} \left(1 + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{10}^{(2)}} \right) + K_4 - \right. \\
 & \left. \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} K_1 - \frac{7}{4} I_{10}^2) \right\} + \frac{\Omega_y^2}{N^2} \frac{5}{2} (A_\omega^{(2)} - \frac{5}{2}) \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} \times \\
 & \times \left\{ \left(-\frac{7}{2} I_{11} I_{22} - \frac{7}{4} I_{10} I_{22} - I_{22}^2 - \frac{49}{16} I_{10} I_{11} - \frac{49}{16} I_{11}^2 \right) \Delta_{10}^{(2)} \right. \\
 & \left. + \left(\frac{7}{4} I_{10} I_{22} + \frac{49}{16} (I_{10} I_{11} + I_{10}^2) \right) (\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) \right\} = \\
 & \frac{\Omega_x^2}{N^2} \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \left\{ \frac{7}{4} \theta_{00} \left(1 + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{10}^{(2)}} \right) + K_4 - \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} (I_{00} K_1 - \frac{7}{4} I_{10}^2) \right\} \times \\
 & \times (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \Big\} - \frac{\Omega_y^2}{N^2} \frac{5}{2} \left\{ (A_\omega^{(2)} - \frac{5}{2}) (K_1^2 + \frac{7}{4} I_{10} K_1) - \frac{35}{8} I_{10} \right. \\
 & \times (K_1 + \frac{7}{4} I_{10}) \Big\} = \frac{\Omega_x^2}{N^2} \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \left\{ \frac{7}{4} \theta_{00} \left(1 + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{10}^{(2)}} \right) + K_4 \right. \\
 & \left. - \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} K_1 - \frac{7}{4} I_{10}^2) \right\} - \frac{\Omega_y^2}{N^2} \frac{5}{2} (K_1 + \frac{7}{4} I_{10}) K_2 \omega.
 \end{aligned}$$

Dabei wurde noch die Abkürzung

$$K_1 = \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} \left(\frac{49}{16} \Delta_{00}^{(2)} \Delta_{22}^{(2)} - \frac{7}{4} \Delta_{11}^{(2)} I_{22} - I_{22} K_0 \right) \quad (9.58)$$

eingeführt.

Schließlich wird noch die mit $D_e \omega^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial r} \right) \Omega_y$ multiplizierte Klammer berechnet.

$$\begin{aligned}
 & \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} I_{21} (I_{10} I_{21} - I_{11} I_{20} + I_{00} I_{21} - \right. \\
 & \left. I_{10} I_{20}) + \frac{49}{16} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} + I_{10}) \right] = \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \right. \\
 & \Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} (-I_{11} I_{20} I_{21} - I_{10} I_{20} I_{21} + I_{00} I_{11} I_{22} + I_{10} I_{11} I_{22}) \\
 & \left. + \frac{7}{4} (I_{00} + I_{10}) (\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) \right] = \frac{25}{4} \frac{1}{N^2} \left[\Delta_{10}^{(2)} I_{22} + \right. \\
 & \Delta_{11}^{(2)} I_{22} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} (I_{10} + I_{11}) + \frac{7}{4} (-I_{10}^2 I_{22} + I_{00} I_{11} I_{22}) - \\
 & \left. \frac{7}{4} (I_{00} + I_{10}) (\Delta_{00}^{(2)} - \frac{7}{4} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2)) \right] = \frac{5}{2} \frac{1}{N} \left[(A_\omega^{(2)} - \frac{5}{2}) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot (K_1 + \frac{7}{4} I_{10}) - \frac{35}{8} (I_{00} + I_{10}) + \frac{5}{2} \frac{I_{22}}{N} (\Delta_{11}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{22}^{(2)}) = \right. \\
 & \left. \frac{5}{2} \frac{1}{N} (K_{2\omega} + K_{3\omega}) \right].
 \end{aligned}$$

Somit ergibt sich schließlich (9.57)

$$\begin{aligned}
 W_{ex\omega}^{(2)} &= \lambda_{e\omega}^{(2)} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) + n_e kT \left\{ \left[b_{e\omega}^{(2)} G_x + (D_{e\omega}^{(2)} \left[\frac{T}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial T} + 1 \right] \right. \right. \\
 & \left. \left. + D_{eTh\omega}^{(2)} \right) \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \left[A_\omega^{(2)} + \frac{\Omega_x^2}{N^2} \frac{5}{2} \left(\frac{7}{2} \Delta_{00}^{(2)} + \frac{7}{4} \Delta_{10}^{(2)} + \frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} K_0 \cdot \right. \right. \\
 & \left. \left. \cdot \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) + \frac{49}{16} \left(\frac{\Delta_{00}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} I_{00} \left(1 + \frac{\Delta_{10}^{(2)}}{\Delta_{00}^{(2)}} \right) - 1 \right) (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) \right) + \right. \\
 & \left. \frac{\Omega_y^2}{N^2} \frac{5}{2} K_1 (K_1 + \frac{7}{4} I_{10}) \right] + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(-\frac{\partial T}{\partial x} \right) \left[\frac{\Omega_x^2}{N^2} \frac{5}{2} \left(\frac{5}{2} - A_\omega^{(2)} \right) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \left(\frac{7}{4} \theta_{00} \left(1 + \frac{\Delta_{11}^{(2)}}{\Delta_{10}^{(2)}} \right) + K_4 - \frac{49}{16} \frac{1}{\Delta_{10}^{(2)}} (\Omega_x^2 + \Omega_y^2) (I_{00} K_1 - \frac{7}{4} I_{10}^2) \right) \right.
 \end{aligned} \tag{9.59}$$

$$- \frac{\Omega_{\varphi}^2}{N^2} \left[\frac{5}{2} (K_1 + \frac{7}{4} I_{10}) K_2 \omega \right] + D_{e\omega}^{(2)} \frac{1}{T} \left(- \frac{\partial T}{\partial r} \right) \frac{\Omega_{\varphi}}{N} \left[\frac{5}{2} (K_2 \omega + K_3 \omega) \right] \}.$$

Obige Ausdrücke für $j_{ex\omega}^{(2)}$, $W_{er\omega}^{(2)}$ und $W_{ex\omega}^{(2)}$ gehen wiederum für $\omega_x = 0$ oder $\omega_{\varphi} = 0$ oder $\omega_x = 0$ und $\omega_{\varphi} = 0$ in die vorher berechneten bei nur vorhandenem Eigenmagnetfeld oder nur vorhandenem longitudinalen Magnetfeld oder in die ohne Magnetfeld über.

Anhang

Die Berechnung der $I_{\nu\mu}^e$ gemäß (2.14)

In $I_{\nu\mu}^e$ wird zunächst f_0 und f_{0e} eingesetzt, dann gilt:

$$I_{\nu\mu}^e = -\frac{4}{\pi^3} \iiint \left[\frac{1}{W^2} [(\omega_1 \omega_1') S_\nu\left(\frac{v_1^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_2^2}{W^2}\right) + (\omega_1 \omega_2') S_\nu\left(\frac{v_1^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_3^2}{W^2}\right) - \right. \\ \left. - (\omega_1 \omega_3') S_\nu\left(\frac{v_1^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_4^2}{W^2}\right) - (\omega_2 \omega_2') S_\nu\left(\frac{v_2^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_3^2}{W^2}\right) - (\omega_2 \omega_3') S_\nu\left(\frac{v_2^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_4^2}{W^2}\right) - \right. \\ \left. - (\omega_3 \omega_3') S_\nu\left(\frac{v_3^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_4^2}{W^2}\right) \right] e^{-\frac{v_1^2 + v_2^2}{W^2}} \frac{g}{W} b db d\epsilon \frac{d\omega_1}{W^3} \frac{d\omega_2}{W^3} \frac{d\omega_3}{W^3} \frac{d\omega_4}{W^3}.$$

Es wird nun zur Abkürzung gesetzt:

$$V_i = \frac{\omega_i}{W} \cdot \frac{\omega_i'}{W} S_\nu\left(\frac{v_i^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_j^2}{W^2}\right) e^{-\frac{v_i^2 + v_j^2}{W^2}} \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (1)$$

wobei

$$\omega_1 = \omega_1', \quad \omega_2 = \omega_2', \quad \omega_3 = \omega_3', \quad \omega_4 = \omega_4';$$

dann kann geschrieben werden:

$$I_{\nu\mu}^e = -\frac{4}{\pi^3} \iiint [V_1 + V_2 - V_3 - V_4] \frac{g}{W} b db d\epsilon \frac{d\omega_1}{W^3} \frac{d\omega_2}{W^3} \frac{d\omega_3}{W^3} \frac{d\omega_4}{W^3}. \quad (2)$$

Um die Sonineschen Polynome aus (2) zu eliminieren, erscheint es gemäß (1) (wegen des auftretenden Produkts der Sonineschen Polynome) zweckmäßig, die Relation

$$\sum_\nu \sum_\mu x^\nu y^\mu S_\nu\left(\frac{v_1^2}{W^2}\right) S_\mu\left(\frac{v_2^2}{W^2}\right) \equiv (1-x)^{-\frac{5}{2}} (1-y)^{-\frac{5}{2}} e^{-\left(\frac{x}{1-x} \frac{v_1^2}{W^2} + \frac{y}{1-y} \frac{v_2^2}{W^2}\right)} \quad (3)$$

zu benutzen. Aus (2) folgt dann, indem man mit $x^\nu y^\mu$ multipliziert und summiert

$$\sum_\nu \sum_\mu x^\nu y^\mu I_{\nu\mu}^e = -\frac{4}{\pi^3} \iiint (1-x)^{-\frac{5}{2}} (1-y)^{-\frac{5}{2}} [W_1 + W_2 - W_3 - W_4] \frac{g}{W} b db d\epsilon \frac{d\omega_1}{W^3} \frac{d\omega_2}{W^3} \frac{d\omega_3}{W^3} \frac{d\omega_4}{W^3}. \quad (4)$$

wobei

$$W_i = \left(\frac{\omega_i}{W} \cdot \frac{\omega_i'}{W} \right) e^{-\left(\frac{x}{1-x} \frac{v_1^2}{W^2} + \frac{y}{1-y} \frac{v_2^2}{W^2} + \frac{v_1^2 + v_2^2}{W^2} \right)} \quad (5)$$

gesetzt wird.

Es wird nunmehr aus physikalischen Gründen zweckmäßig sein, für die w_i die Schwerpunktschwindigkeit $\dot{M}$ der bei den stoßenden Teilchen (vor und nach dem Stoß gleich und konstant) sowie die Relativgeschwindigkeiten u_i , die vor und nach dem Stoß ebenfalls einfache Beziehungen aufweisen, einzuführen. Wird $u_1 = u$, $u_2 = -u$, $u_3 = u$, $u_4 = -u$ gesetzt, so gilt allgemein, da es sich voraussetzungsgemäß um den Stoß zweier gleicher Massen (um den Stoß Elektron-Elektron $m = m_e$) handelt

$$w_i = \dot{M} - \frac{1}{2} u_i$$

mit der Schwerpunktschwindigkeit

$$\dot{M} = \frac{m w + m_e w_e}{m + m_e} \equiv \frac{w + w_e}{2}.$$

Im allgemeinen Falle ($m \neq m_e$) wäre zu setzen

$$w_i = \dot{M} - \frac{m_e}{m + m_e} u_i.$$

Es ist dann

$$W_i = \left(\frac{\dot{M}^2}{w^2} - \frac{1}{2} \frac{u}{w} \frac{\dot{M}}{w} - \frac{1}{2} \frac{u_i}{w} \frac{\dot{M}}{w} + \frac{1}{4} \frac{u}{w} \frac{u_i}{w} \right) e^{-\frac{x}{1-x} \left(\frac{\dot{M}^2}{w^2} - \frac{\dot{M}}{w} \frac{u_i}{w} + \frac{1}{4} \frac{u^2}{w^2} \right)} \\ \times e^{-\frac{y}{1-y} \left(\frac{\dot{M}^2}{w^2} - \frac{\dot{M}}{w} \frac{u}{w} + \frac{1}{4} \frac{u^2}{w^2} \right) - \left(\frac{\dot{M}^2}{w^2} + \frac{1}{4} \frac{u^2}{w^2} + \frac{\dot{M}^2}{w^2} + \frac{1}{4} \frac{u^2}{w^2} \right)}$$

oder den Exponenten umgeschrieben

$$W_i = \left(\frac{\dot{M}^2}{w^2} - \frac{1}{2} \frac{u}{w} \frac{\dot{M}}{w} - \frac{1}{2} \frac{u_i}{w} \frac{\dot{M}}{w} + \frac{1}{4} \frac{u}{w} \frac{u_i}{w} \right) \times \\ \times e^{-\frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} \frac{\dot{M}^2}{w^2} + \frac{1}{4} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} \frac{u^2}{w^2} - \frac{x}{1-x} \frac{\dot{M}}{w} \frac{u_i}{w} - \frac{y}{1-y} \frac{\dot{M}}{w} \frac{u}{w}}.$$

Es wird nun zur Vereinfachung gesetzt

$$w = \sqrt{2} \frac{\dot{M}}{w}, \quad \delta = \frac{u}{\sqrt{2} w}, \quad \delta_i = \frac{u_i}{\sqrt{2} w}, \quad (6)$$

so daß geschrieben werden kann

$$W_i = \frac{1}{2} (r^2 - w \cdot \delta - w \cdot \delta_i + \delta \cdot \delta_i) \times \\ \times e^{-\frac{1}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} (r^2 - 2 \left[\frac{y(1-x)}{2-x-y} \delta + \frac{x(1-y)}{2-x-y} \delta_i \right] \cdot w + 2)}. \quad (7)$$

Dann werden zunächst die Integrale

$$I_i = \iint W_i \frac{g}{w} \frac{d\varphi_1}{w^3} \frac{d\varphi_2}{w^3} \quad (8)$$

weiter betrachtet. Um den Exponenten von W_i auf eine einfache Form bringen zu können, so daß in (8) eine Integration ohne weiteres ausgeführt werden kann, wird folgende Transformation vorgenommen

$$z_i = w - \frac{y(1-x)}{2-x-y} \delta - \frac{x(1-y)}{2-x-y} \delta_i \quad (9)$$

oder

$$z_i = \sqrt{2} \frac{\tilde{y}}{w} - \frac{y(1-x)}{2-x-y} \delta - \frac{x(1-y)}{2-x-y} \delta_i.$$

Es wird zunächst gezeigt, daß $\frac{d\varphi_1}{w^3} \frac{d\varphi_2}{w^3} = d\tilde{y} d\delta$ ist.

Zuerst wird mit Hilfe der Funktionaldeterminante berechnet

$$d\varphi_1 d\varphi_2 = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} d\tilde{y} d\delta = d\tilde{y} d\delta,$$

weiter

$$dz_{i1} dz_{i2} dz_{i3} = \begin{vmatrix} \frac{\sqrt{2}}{w} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{w} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{w} \end{vmatrix} d\tilde{y} d\delta d\delta_i = \frac{\sqrt{2}^3}{w^3} d\tilde{y} d\delta d\delta_i$$

und damit

$$d\tilde{y} = \frac{w^3}{(\sqrt{2})^3} dz_{i1}.$$

Also ist:

$$d\varphi_1 d\varphi_2 = d\tilde{y} d\delta = \frac{w^3}{(\sqrt{2})^3} dz_{i1} d\delta.$$

Nun war $\delta = \frac{y}{\sqrt{2}w}$, also

$$d\delta_1 d\delta_2 d\delta_3 = d\delta = \frac{1}{(\sqrt{2})^3 w^3} dg_1 dg_2 dg_3 = \frac{1}{(\sqrt{2})^3 w^3} dy.$$

Mithin kann (8) nun geschrieben werden

$$I_i = \sqrt{2} \iint W_i \circ d\mathfrak{z}_i d\delta. \quad (10)$$

Hier ist die Integration über $\mathfrak{z}_i$ auf einfache Weise durchführbar, wie in der Folge zu sehen sein wird.

Vorerst wird die Transformation $\mathfrak{z}_i$ auf W_i angewandt. Zunächst wird der Exponent betrachtet. Unter Beachtung von $s^2 = s_i^2$, da $g^2 = g_i^2$, folgt für den Exponenten

$$-\frac{1}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} \left\{ \mathfrak{z}_i^2 - \left[\frac{y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2}{(2-x-y)^2} - 1 \right] \mathfrak{z}^2 - \frac{2xy(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} \delta \cdot \delta_i \right\}.$$

Der Zähler der eckigen Klammer für sich betrachtet, ergibt:

$$\begin{aligned} y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2 - (2-x-y)^2 &= y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2 - (1-x)^2 \\ &- (1-y)^2 - 2(1-x)(1-y) = (1-x)^2(y^2-1) + (1-y)^2(x^2-1) - 2(1-x)(1-y) = \\ (1-x)(1-y) \{ &- (1-x)(1+y) - (1-y)(1+x) - 2 \} = (1-x)(1-y) \cdot \\ &= \{ -1-y+x+xy-1-x+y+xy-2 \} = (1-x)(1-y) \{ 2xy-4 \}. \end{aligned}$$

Dann kann für den Exponenten

$$-\left\{ \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} \frac{\mathfrak{z}_i^2}{2} + \frac{2-x-y}{2-x-y} \mathfrak{z}^2 - \frac{xy}{2-x-y} \delta \cdot \delta_i \right\}$$

geschrieben werden.

Um den Faktor von W_i zu transformieren, wird zunächst $(\omega \cdot \delta)_i (\omega \cdot \delta_i)$ und r^2 berechnet. Es ist:

$$(\omega \cdot \delta) = \mathfrak{z}_i \delta + \frac{y(1-x)}{2-x-y} \mathfrak{z}^2 + \frac{x(1-y)}{2-x-y} \delta \cdot \delta_i,$$

$$(\omega \cdot \delta_i) = \mathfrak{z}_i \delta_i + \frac{y(1-x)}{2-x-y} \delta \cdot \delta_i + \frac{x(1-y)}{2-x-y} \mathfrak{z}^2$$

und

$$\begin{aligned}
 r^2 &= z_i^2 - \frac{y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2}{(2-x-y)^2} z^2 + 2 \frac{xy(1-x)}{2-x-y} \left\{ (6 \cdot z_i) + \right. \\
 &+ \frac{y(1-x)}{2-x-y} z^2 + \frac{x(1-y)}{2-x-y} 6 \cdot 6_i \left. \right\} + 2 \frac{x(1-y)}{2-x-y} \left\{ (6_i z_i) + \right. \\
 &+ \frac{y(1-x)}{2-x-y} 6 \cdot 6_i + \frac{x(1-y)}{2-x-y} z^2 \left. \right\} - 2 \frac{xy(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} 6 \cdot 6_i = \\
 &= z_i^2 + \frac{y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2}{(2-x-y)^2} z^2 + 2 \frac{xy(1-x)}{2-x-y} z_i \cdot 6 + 2 \frac{x(1-y)}{2-x-y} z_i \cdot 6_i + 2 \frac{xy(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} 6 \cdot 6_i.
 \end{aligned}$$

Damit wird der Faktor von W_i

$$\begin{aligned}
 r^2 \cdot 6 \cdot 6_i &= z_i^2 + \frac{y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2}{(2-x-y)^2} z^2 + 2 \frac{xy(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} 6 \cdot 6_i \\
 &- \frac{y(1-x)}{2-x-y} z^2 - \frac{x(1-y)}{2-x-y} 6 \cdot 6_i - \frac{y(1-x)}{2-x-y} 6 \cdot 6_i - \frac{x(1-y)}{2-x-y} z^2 + 6 \cdot 6_i + 2 F_1 6 \cdot z_i \\
 &+ 2 F_2 6_i \cdot z_i = z_i^2 + \frac{y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2 - y(1-x)(2-x-y) - x(1-y)(2-x-y)}{(2-x-y)^2} z^2 \\
 &+ \frac{2xy(1-x)(1-y) - x(1-y)(2-x-y) - y(1-x)(2-x-y) + (2-x-y)^2}{(2-x-y)^2} 6 \cdot 6_i \\
 &+ 2 F_1 6 z_i + 2 F_2 6_i z_i
 \end{aligned}$$

mit F_1 und F_2 als zwei Faktoren, deren Werte nicht benötigt werden, wie im folgenden zu erkennen ist. Es werden nun die Zähler von z^2 und $6 \cdot 6_i$ berechnet. Der Zähler von z^2 ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 &y^2(1-x)^2 + x^2(1-y)^2 - y(1-x)(2-x-y) - x(1-y)(2-x-y) = \\
 &= (1-x)(1-y)(-x-y) - (1-x)^2(y-y^2) - (1-y)^2(x-x^2) = (1-x)(1-y) \cdot \\
 &\cdot \{-x-y-y(1-x)-x(1-y)\} = -2(1-x)(1-y)(x+y-xy).
 \end{aligned}$$

während der Zähler von G_i das folgende Aussehen hat

$$\begin{aligned} & (1-x)(1-y)\{2xy-x-y\} - x(1-y)^2 - y(1-x)^2 + (1-x)^2 + (1-y)^2 + \\ & + 2(1-x)(1-y) = (1-x)(1-y)\{2xy-x-y+2+1-x+1-y\} = \\ & = 2(1-x)(1-y)\{xy+2-x-y\}. \end{aligned}$$

Dann ist

$$\begin{aligned} W_i = & \left(\frac{z_i^2}{2} - \frac{(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} (x+y-x-y) \right) z_i^2 + \frac{(1-x)(1-y)}{(2-x-y)^2} (xy+2-x-y) G_i \\ & + F_1 G_i + F_2 G_i z_i) e^{-\left(\frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} \frac{z_i^2}{2} + \frac{2-xy}{2-x-y} z_i^2 - \frac{xy}{2-x-y} G_i \right)} \quad (11) \end{aligned}$$

Es muß nun die Integration von (10) über z_i durchgeführt werden. Es ist hierbei zu beachten, daß $F_1 G_i$ und $F_2 G_i z_i$, über z_i integriert, wegen der Unsymmetrie wegfallen. Es wird nun nur das Integral $\int W_i dz_i$ betrachtet, wobei

$$\bar{F} = e^{-\frac{2-xy}{2-x-y} z^2 - \frac{xy}{2-x-y} G_i} G_i$$

gesetzt wird. Dann ist

$$\begin{aligned} \int W_i z_i = & \bar{F} \int_0^\infty \left(\frac{z_i^2}{2} + \frac{(1-x)(1-y)(xy-x-y)}{(2-x-y)^2} z_i^2 + \frac{(1-x)(1-y)(2+xy-x-y)}{(2-x-y)^2} G_i \right) z_i \\ & - \frac{z_i^2}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} + \pi z_i^2 dz_i. \end{aligned}$$

Mit

$$\frac{z_i^2}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)} = t^2$$

wird

$$2\pi \int_0^\infty z_i^2 e^{-\frac{z_i^2}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)}} dz_i = 3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{3}{2}} \left(\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right)^{\frac{5}{2}}$$

und

$$2\pi \int_0^\infty z_i^2 e^{-\frac{z_i^2}{2} \frac{2-x-y}{(1-x)(1-y)}} dz_i = 2^{\frac{3}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} \left(\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right)^{\frac{3}{2}},$$

so daß sich schließlich ergibt:

$$\begin{aligned} \int W_i dz_i &= F \left\{ 3\pi^{3/2} 2^{1/2} \left(\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right)^{5/2} + \pi^{3/2} 2^{3/2} \left(\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right)^{3/2} \right. \\ &\quad \cdot \frac{(1-x)(1-y)(xy-x-y)}{(2-x-y)^2} \varpi^2 + \pi^{3/2} 2^{3/2} \left(\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right)^{3/2} \\ &\quad \cdot \frac{(1-x)(1-y)(2+xy-x-y)}{(2-x-y)^2} \delta \cdot \delta_i \left. \right\} = F \left[\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right]^{5/2} \\ &\quad \cdot \pi^{3/2} 2^{3/2} \frac{3}{2} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{xy-x-y}{2-x-y} \varpi^2 + \frac{2}{3} \frac{2+xy-x-y}{2-x-y} \delta \cdot \delta_i \right) \end{aligned}$$

oder vereinfacht geschrieben

$$\int W_i dz_i = \left[\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right]^{5/2} 3\sqrt{2} \pi^{3/2} (1 + B_1 \varpi^2 + B_2 \delta \cdot \delta_i) e^{-(B_3 \varpi^2 - B_4 \delta \cdot \delta_i)} \quad (12)$$

mit

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{2}{3} \frac{xy-x-y}{2-x-y}, & B_2 &= \frac{2}{3} \frac{2+xy-x-y}{2-x-y}, \\ B_3 &= \frac{2-x-y}{2-x-y}, & B_4 &= \frac{xy}{2-x-y}. \end{aligned} \quad (13)$$

Schließlich wird noch die Abkürzung

$$M_i = (1 + B_1 \varpi^2 + B_2 \delta \cdot \delta_i) e^{-(B_3 \varpi^2 - B_4 \delta \cdot \delta_i)} \quad (14)$$

eingeführt, so daß sich ergibt

$$\int W_i dz_i = \left[\frac{(1-x)(1-y)}{2-x-y} \right]^{5/2} 3\sqrt{2} \pi^{3/2} M_i. \quad (15)$$

(4) kann nun geschrieben werden

$$\sum_{\nu} \sum_{\kappa} x^{\nu} y^{\kappa} I_{\nu\kappa}^e = -\frac{\sqrt{2}}{\pi^3} \iiint (1-x)^{-5/2} (1-y)^{-5/2} \left\{ \int W_1 dz_1 + \int W_2 dz_2 \right. \\ \left. - \int W_3 dz_3 - \int W_4 dz_4 \right\} \tau d\delta b a b d\epsilon$$

oder

$$\sum_{\nu} \sum_{\kappa} x^{\nu} y^{\kappa} I_{\nu\kappa}^e = -\frac{6}{\pi^{3/2}} (2-x-y)^{-5/2} \iiint [M_1 + M_2 - M_3 - M_4] \tau d\delta b a b d\epsilon. \quad (16)$$

Es ist nun

$$b \cdot b_1 = b \cdot b' = \tau^2 \cos \vartheta, \quad b \cdot b_2 = -b \cdot b' = -\tau^2 \cos \vartheta, \\ b \cdot b_3 = b \cdot b = \tau^2, \quad b \cdot b_4 = -b \cdot b = -\tau^2$$

mit ϑ als Ablenkungswinkel des stoßenden Elektrons im System der Relativkoordinaten des gestoßenen Teilchens. Mithin wird

$$M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = (1 + B_1 s^2 + B_2 s^2 \cos \vartheta) e^{-(B_3 s^2 - B_4 s^2 \cos \vartheta)} \\ + (1 + B_1 s^2 - B_2 s^2 \cos \vartheta) e^{-(B_3 s^2 + B_4 s^2 \cos \vartheta)} \\ - (1 + B_1 s^2 + B_2 s^2) e^{-(B_3 s^2 - B_4 s^2)} \\ - (1 + B_1 s^2 - B_2 s^2) e^{-(B_3 s^2 + B_4 s^2)}.$$

Als neue Abkürzung wird eingeführt

$$H^*(\vartheta) = b (1 + B_1 \tau^2 + B_2 \tau^2 \cos \vartheta) e^{\tau^2 (1 - B_3 + B_4 \cos \vartheta)} (2-x-y)^{-5/2}, \quad (17a)$$

$$H^-(\vartheta) = 6(1 + B_1 \vartheta^2 - B_2 \vartheta^2 \cos \vartheta) e^{\vartheta^2(1 - B_3 - B_4 \cos \vartheta)} (2 - x - y)^{-5/2}, \quad (17b)$$

so daß sich aus (16)

$$\sum_v \sum_x x^v y^x I_{vx}^e = -\frac{1}{\pi^{3/2}} \iiint (H^+(\vartheta) + H^-(\vartheta) - H^+(0) - H^-(0)) e^{-\vartheta^2} \vartheta b db d\epsilon d\vartheta$$

ergibt oder

$$\sum_v \sum_x x^v y^x I_{vx}^e = \iiint (H^+(0) + H^-(0) - H^+(\vartheta) - H^-(\vartheta)) \vartheta F_0(\vartheta) b db d\epsilon d\vartheta \quad (18)$$

$$\text{mit } F_0(\vartheta) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \vartheta^2 e^{-\vartheta^2}$$

Zur Entwicklung der Funktion $H^+(\vartheta)$ wird für $H^+(\vartheta)$ die Reihe angesetzt

$$H^+(\vartheta) = \sum_{v, x, i, j} A_{vxij}^+ x^v y^x \vartheta^{2i} \cos^j \vartheta \quad (19)$$

wobei die A_{vxij}^+ unbekannte Koeffizienten sind. Entsprechend (17a) ist $H^+(0)$ mit $\vartheta = 0$ festgelegt. Der Koeffizient von $H^-(\vartheta)$ ist dann

$$A_{vxij}^- = (-1)^j A_{vxij}^+ \quad (20)$$

Nach (18) gilt jetzt:

$$\sum_v \sum_x x^v y^x I_{vx}^e = \sum_{v, x, i, j} A_{vxij}^+ \iiint (1 + (-1)^j - \cos^j \vartheta - (-1)^j \cos^j \vartheta) x^v y^x \vartheta^{2i+j-1} F_0(\vartheta) b db d\epsilon d\vartheta \quad (21)$$

Durch Koeffizientenvergleich fallen nunmehr x und y heraus, so daß geschrieben werden kann

$$I_{vx}^e = \sum_{i, j} A_{vxij} \iiint [1 - \cos^j \vartheta] \vartheta^{2i+j-1} F_0(\vartheta) b db d\epsilon d\vartheta \quad (22)$$

mit

$$A_{vxij} = [1 + (-1)^j] A_{vxij}^+ \quad (23)$$

Demnach brauchen die $A_{\nu\mu ij}$ nur berechnet zu werden für

$$j = 2n$$

$$n > 0.$$

Die Elektronenquerschnitte werden nun definiert

$$Q_e^{(n)}(s) = 2\pi \int_0^{b_0} (1 - \cos^{2n} \theta) b \, db, \quad (24)$$

so daß aus (22) folgt

$$I_{\nu\mu}^e = \sum_{ij} A_{\nu\mu ij} \int_0^\infty Q_e^{(n)}(s) s^{2i+1} F_0(s) \, ds. \quad (25)$$

Die Bestimmung der $A_{\nu\mu ij}^+$ und daraus folgend der $A_{\nu\mu ij}$, liefert also endgültig die $I_{\nu\mu}^e$.

Mit

$$x + y = z_1 \quad xy = z_2$$

wird gemäß (13)

$$B_1 = \frac{2}{3} \frac{z_2 - z_1}{2 - z_1}, \quad B_2 = \frac{2}{3} \frac{2 + z_2 - z_1}{2 - z_1}, \quad B_3 = \frac{2 - z_2}{2 - z_1}, \quad B_4 = \frac{z_2}{2 - z_1}$$

und es kann (14a) geschrieben werden

$$H^+(\theta) = 6 (2 - z_1)^{-\frac{5}{2}} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{z_2 - z_1}{2 - z_1} s^2 + \frac{2}{3} \frac{2 + z_2 - z_1}{2 - z_1} s^2 \cos \theta \right),$$

$$\cdot e \quad \left(1 - \frac{2 - z_2}{2 - z_1} + \frac{z_2}{2 - z_1} \cos \theta \right) s^2 \cdot$$

Es wird zunächst der Exponent betrachtet und in folgender Form geschrieben

$$1 - \frac{2 - z_2}{2 - z_1} + \frac{z_2}{2 - z_1} \cos \vartheta = 1 - \frac{2 - z_2 - z_2 \cos \vartheta}{2 - z_1} =$$

$$1 - \frac{2 - z_2(1 + \cos \vartheta)}{2 - z_1} = 1 - Z.$$

Dann ist weiter

$$H^+(\vartheta) = 4 (2 - z_1)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{z}{2} + s^2 \frac{z_2 - z_1 + (2 + z_2 - z_1) \cos \vartheta}{2 - z_1} \right),$$

$$\cdot e^{(1 - Z)s^2}.$$

Umgeformt ergibt sich

$$\frac{z_2 - z_1 + (2 + z_2 - z_1) \cos \vartheta + 2 - 2}{2 - z_1} = 1 -$$

$$\frac{2 - z_2 - 2 \cos \vartheta - z_2 \cos \vartheta + z_1 \cos \vartheta}{2 - z_1} = 1 - \frac{2 - z_2 - z_2 \cos \vartheta}{2 - z_1} +$$

$$\frac{2 \cos \vartheta - z_1 \cos \vartheta}{2 - z_1} = 1 - Z + \cos \vartheta,$$

also

$$H^+(\vartheta) = 4 (2 - z_1)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{z}{2} + s^2 (1 - Z) + s^2 \cos \vartheta \right) e^{(1 - Z)s^2}. \quad (26)$$

$H^+(\vartheta)$ wird nun in eine Reihe entwickelt. Dazu wird zunächst gebildet

$$e^{(1-Z)s^2} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{[(1-Z)s^2]^r}{r!} = 1 + \frac{(1-Z)s^2}{1!} + \frac{(1-Z)^2 s^4}{2!} + \dots$$

Mithin wird

$$\begin{aligned} H^+(\vartheta) = 4 (2 - z_1)^{-\frac{1}{2}} & \left[\frac{3}{2} + s^2 (1-Z) + s^2 \cos \vartheta + \dots \right. \\ & + \frac{3}{2} (1-Z)s^2 \frac{1}{1!} + \frac{2}{2!} (1-Z)^2 s^4 \frac{1}{1!} + \\ & + (1-Z)s^4 \cos \vartheta \frac{1}{1!} + \dots + \frac{3}{2} (1-Z)^2 s^4 \frac{1}{2!} + \\ & \left. + (1-Z)^3 s^6 \frac{1}{2!} + (1-Z)^2 s^6 \cos \vartheta \frac{1}{2!} + \dots \right] \end{aligned}$$

oder umgeschrieben

$$\begin{aligned} H^+(\vartheta) = 4 (2 - z_1)^{-\frac{1}{2}} & \left[\frac{3}{2} + s^2 \cos \vartheta + (1-Z) \left(\frac{5}{2} s^2 \frac{1}{1!} + \frac{1}{1!} s^4 \cos \vartheta \right) \right. \\ & \left. + (1-Z)^2 \left(\frac{7}{2} s^2 \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} s^6 \cos \vartheta \right) + \dots \right] \end{aligned}$$

Nach Einsetzen von Z nimmt $H^+(\vartheta)$ die Form

$$\begin{aligned} H^+(\vartheta) = 4 (2 - z_1)^{-\frac{1}{2}} & \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (1 - \\ & \frac{2 - z_2(1 + \cos \vartheta)}{2 - z_1})^p s^{2p} \end{aligned}$$

oder

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-z_1 + z_2(1 + \cos \vartheta))^p \\ (2 - z_1)^{-p-\frac{1}{2}} s^{2p}$$

an.

Durch weitere Summierung ergibt sich schließlich

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \left(\frac{z}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-1)^q \binom{p}{q} z_1^q z_2^{p-q} \\ \times (1 + \cos \vartheta)^{p-q} (2 - z_1)^{-(p+\frac{1}{2})} s^{2p} = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2} + p + \right. \\ \left. + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-1)^q \binom{p}{q} z_1^{q+t} z_2^{p-q} (1 + \cos \vartheta)^{p-q} \\ \times (-1)^t \binom{-(p+\frac{1}{2})}{t} 2^{-(p+\frac{1}{2})-t} s^{2p}.$$

Jetzt werden wieder x und y eingeführt. Also

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{z}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-1)^{q+t} \binom{p}{q} (x + y)^{q+t} \\ \times x^{p-q} y^{p-q} (1 + \cos \vartheta)^{p-q} \binom{-(p+\frac{1}{2})}{t} 2^{-(p+\frac{1}{2})-t} s^{2p} = \\ = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{q+t} \left(\frac{z}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-1)^{q+t} \binom{p}{q} \binom{-(p+\frac{1}{2})}{t} \\ \times \binom{q+t}{s} x^{q+t-s} y^s x^{p-q} y^{p-q} (1 + \cos \vartheta)^{p-q} 2^{-(p+\frac{1}{2})-t} s^{2p},$$

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{q+t} \sum_{r=0}^{p-q} \left(\frac{3}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) \frac{1}{p!} (-1)^{q+t} \binom{p}{q} \cdot$$

$$\cdot \binom{-(p+\frac{5}{2})}{t} \binom{q+t}{s} \binom{p-q}{r} x^{p+t-s} y^{p-q+s} \cos^r \vartheta 2^{-(p+\frac{5}{2}+t)} s^{2p}.$$

Mit

$$\binom{-(p+\frac{5}{2})}{t} = \frac{(-(p+\frac{5}{2}))(-(\frac{5}{2})-1) \dots (-(p+\frac{5}{2})-(t-1))}{t!}$$

$$= \frac{(-1)^t (p+\frac{3}{2}) \dots (p+1+\frac{3}{2})}{t!} = (-1)^t \binom{p+\frac{3}{2}}{t}$$

und

$$\frac{1}{p!} \binom{p}{q} \binom{-(p+\frac{5}{2})}{t} \binom{q+t}{s} \binom{p-q}{r} = \frac{(-1)^t (p+\frac{3}{2}) \dots (p+1+\frac{3}{2}) (q+t)!}{q! t! s! (q+t-s)! r! (p-q-r)!}$$

ergibt sich schließlich

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{q+t} \sum_{r=0}^{p-q} \left(\frac{3}{2} + p + s^2 \cos \vartheta \right) 2^{-(p+\frac{5}{2}+t)} (-1)^q \cdot$$

$$\cdot \frac{(p+\frac{3}{2}) \dots (p+1+\frac{3}{2}) (q+t)!}{q! t! s! (q+t-s)! r! (p-q-r)!} x^{p+t-s} y^{p-q+s} s^{2p} \cos^r \vartheta. \quad (27)$$

Um den Koeffizientenvergleich in Bezug auf x und y mit (19) durchführen zu können, wird gesetzt

$$v = p + t - s \quad u = p - q + s,$$

also

$$s = x - p + q \text{ und } t = v + x + q - 2p.$$

Es kann mithin geschrieben werden

$$H^+(\vartheta) = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{v+x+q-2p=0}^{\infty} \sum_{x-p+q=0}^{p-q} \left(\frac{3}{2}\right)^p + p + s^2 \cos \vartheta \cdot 2^{-\left(\frac{3}{2}+v+x+q-p\right)} \cdot (-1)^q \frac{\left(\frac{3}{2}+v+x+q-p\right) \dots \left(p+\frac{5}{2}\right) (v+x+2q-2p)!}{q! (v+x+q-2p)! (x-p+q)! (q+v-p)! r! (p-q-r)!} \cdot x^v y^x s^{2p} \cos^r \vartheta \quad (28)$$

Aus dem Koeffizientenvergleich mit (19) folgt

$$\sum_{i,j} A_{vxi,j}^+ s^{2i} \cos^j \vartheta = 4 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{r=0}^{p-q} \left(\frac{3}{2}\right)^p + p + s^2 \cos \vartheta \cdot 2^{-\left(\frac{3}{2}+v+x+q-p\right)} \cdot (-1)^q \frac{\left(\frac{3}{2}+v+x+q-p\right) \dots \left(p+\frac{5}{2}\right) (v+x+2q-2p)!}{q! (v+x+q-2p)! (x-p+q)! (q+v-p)! r! (p-q-r)!} s^{2p} \cos^r \vartheta \quad (29)$$

mit den Bedingungen

$$j = 2n \quad n > 0$$

und weiter nach (28)

$$\text{aus der 2. Summation folgend} \quad 0 \leq q \leq p \quad (30a)$$

$$\text{aus der 3. Summation folgend} \quad v+x+q \geq 2p \quad (30b)$$

$$\text{aus der 4. Summation folgend} \quad x+q \geq 0 \quad (30c)$$

$$v+q \geq p \quad (30d)$$

$$\text{aus der 5. Summation folgend} \quad 0 \leq r \leq p-q \quad (30e)$$

Da $A_{vxi,j} = 2A_{vxi,j}^+$ war, wird zur Berechnung der $A_{vxi,j}$ endgültig die folgende Beziehung verwendet

$$\sum_{i,j} A_{v\kappa i j} s^{2i} \cos^j \vartheta = 2^{\frac{1}{2}v-\kappa} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \sum_{r=0}^{p-q} \left(\frac{3}{2} + p + s^2 \cos^2 \vartheta \right) 2^{p-q} (-1)^q$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2} + v + \kappa + q - p \right) \dots \left(p + \frac{5}{2} \right) (v + \kappa + 2q - 2p)!}{q! (v + \kappa + q - p)! (\kappa - p + q)! (q + v - p)! r! (p - q - r)!} s^{2p} \cos^r \vartheta \quad (31)$$

mit den Bedingungen (30).

Der Koeffizientenvergleich läßt unmittelbar erkennen, daß die erste auftretende Größe $A_{v\kappa 2}$ ist. Es werden nun die $A_{v\kappa i j}$ soweit berechnet, wie sie für die 4. Näherung benötigt werden, also $v = \kappa = 4$. Es ist zu zeigen, welches der letzte in Frage kommende Koeffizient ist. Dazu werden die oben aufgestellten Bedingungen herangezogen.

Es sei $i = 9$ und $j = 2$ (kleinere j nicht möglich, da $j = 2n$, $n > 0$). Nach Koeffizientenvergleich muß sein $p = 8$, $r = 1$ oder $p = 9$, $r = 2$.

$p = 8$, dann folgt aus (30b) $q \geq 8$ und aus (30e) $r \leq 0$, was ein Widerspruch zu $r = 1$ ist. Also ist dieser Fall nicht möglich.

$p = 9$, dann folgt aus (30b) $q \geq 10$. Nach (30e) ergibt das wieder ein Widerspruch zu $r = 2$.

Es kommen also nur kleinere i in Frage. Es sei $i = 8$ und $j = 2$. Aus dem Koeffizientenvergleich folgt dann $p = 7$, $r = 1$ oder $p = 8$, $r = 2$.

$p = 7$, dann folgt aus (30b) $q \geq 6$. Aus (30e) folgt nun $r \leq 1$, also $r = 1$ möglich.

$p = 8$, dann folgt aus (30b) $q \geq 8$ und aus (30e) $r \leq 0$, was ein Widerspruch zu $r = 2$ ist.

Der letzte zu berechnende Koeffizient ist damit $A_{v\kappa 12}$ mit der Beschränkung auf $p = 7$, $r = 1$. In den folgenden Berechnungen der $A_{v\kappa i j}$ werden rechts stets nur die Größen bestimmt, die für $v \leq 4$ und $\kappa \leq 4$ in Frage kommen. Es wird dann

$$A_{v\mu 22} = 2^{\frac{1}{2}-v-\mu} \left\{ 7 \frac{(-\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{9}{2}}{(\mu-2)!(v-2)!} + 2 \frac{(\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{7}{2}}{(\mu-1)!(v-1)!} \right\},$$

$$A_{v\mu 32} = 2^{\frac{1}{2}-v-\mu} \left\{ 9 \cdot 2 \frac{(-\frac{3}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2}}{(\mu-3)!(v-3)!} + 4 \frac{(-\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{9}{2}}{(\mu-2)!(v-2)!} + \right. \\ \left. 9(-1) \frac{(-\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2} (v+\mu-4)!}{(v+\mu-5)!(\mu-2)!(v-2)!} + 2(-1) \cdot \right.$$

$$\left. \frac{(\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{9}{2} (v+\mu-2)!}{(\mu-3)!(\mu-1)!(v-1)!} \right\},$$

$$A_{v\mu 42} = 2^{\frac{1}{2}-v-\mu} \left\{ 11 \cdot 2 \frac{(-\frac{5}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2}}{(\mu-4)!(v-4)!} + 4 \frac{(-\frac{3}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2}}{(\mu-3)!(v-3)!} + \right.$$

$$11 \cdot 2(-1) \frac{(-\frac{3}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2} (v+\mu-6)!}{(v+\mu-7)!(\mu-3)!(v-3)!} +$$

$$4(-1) \frac{(-\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2} (v+\mu-4)!}{(v+\mu-5)!(\mu-2)!(v-2)!} +$$

$$11 \frac{(-\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2} (v+\mu-4)!}{2(v+\mu-6)!(\mu-2)!(v-2)!} +$$

$$\frac{(\frac{1}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2} (v+\mu-2)!}{(v+\mu-4)!(\mu-1)!(v-1)!} \left. \right\},$$

$$A_{v\mu 44} = 2^{\frac{1}{2}-v-\mu} \left\{ 11 \frac{(-\frac{5}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2}}{(\mu-4)!(v-4)! \cdot 3} + 4 \frac{(-\frac{3}{2}+v+\mu) \dots \frac{11}{2}}{(\mu-3)!(v-3)! \cdot 3} \right\},$$

$$A_{v\mu 52} = 2^{\frac{1}{2}-v-\mu} \left\{ 8 \frac{(-\frac{5}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2} (v+\mu-8)!}{(v+\mu-8)!(\mu-4)!(v-4)! \cdot 3} + \right.$$

$$4 \frac{(-\frac{3}{2}+v+\mu) \dots \frac{13}{2} (\mu+v-6)!}{(v+\mu-7)!(\mu-3)!(v-3)!} +$$

$$\begin{aligned}
 & 13 \frac{(-\frac{3}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 6)!}{(v + x - 8)!(x - 3)!(v - 3)!} + \\
 & 2 \frac{(-\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{13}{2}(v + x - 4)!}{(v + x - 6)!(x - 2)!(v - 2)!} + \\
 & 13 (-1) \frac{(-\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 4)!}{2 \cdot 3(v + x - 7)!(x - 2)!(v - 2)!} + \\
 & \left. \frac{(\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{13}{2}(v + x - 2)!}{(v + x - 5)!(x - 1)!(v - 1)! 3} \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{vx54} = 2^{\frac{1}{2} - v - x} \left\{ 8 \frac{(-\frac{5}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}}{(x - 4)!(v - 4)! 8} + 4(-1)^x \right. \\
 \left. \cdot \frac{(-\frac{3}{2} + v + x) \dots \frac{13}{2}(v + x - 6)!}{(v + x - 7)!(x - 3)!(v - 3)! 3} \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{vx62} = 2^{\frac{1}{2} - v - x} \left\{ \frac{5}{2} \frac{(-\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{17}{2}(v + x - 4)!}{(v + x - 8)!(x - 2)!(v - 2)! 2 \cdot 2} + \right. \\
 2 \frac{(-\frac{3}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 6)!}{(v + x - 8)!(x - 3)!(v - 3)!} + \\
 2 (-1) \frac{(-\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 4)!}{3(v + x - 7)!(x - 2)!(v - 2)!} + \\
 \left. \frac{(\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 2)!}{3 \cdot 4(v + x - 6)!(x - 1)!(v - 1)!} \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$A_{vx64} = 2^{\frac{1}{2} - v - x} \left\{ 2 \frac{(-\frac{3}{2} + v + x) \dots \frac{15}{2}(v + x - 6)!}{(v + x - 8)!(x - 3)!(v - 3)! 3} \right\} ,$$

$$\begin{aligned}
 A_{vx72} = 2^{\frac{1}{2} - v - x} \left\{ \frac{(-\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{17}{2}(v + x - 4)!}{2 \cdot 3(v + x - 8)!(x - 2)!(v - 2)!} + \right. \\
 \left. (-1) \frac{(\frac{1}{2} + v + x) \dots \frac{17}{2}(v + x - 2)!}{3 \cdot 4 \cdot 5(v + x - 7)!(x - 1)!(v - 1)!} \right\} ,
 \end{aligned}$$

$$A_{\nu\kappa 12} = 2^{\frac{1}{2}-\nu-\kappa} \left\{ \frac{(\frac{1}{2}+\nu+\kappa) \dots \frac{19}{2}(\nu+\kappa-2)!}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 (\nu+\kappa-8)! (\kappa-1)! (\nu-1)!} \right\}.$$

Es soll nun jeweils die untere Grenze der ν und κ bestimmt werden. Aus (30c) und (30d) ist ersichtlich, daß zu den kleinsten möglichen p nur die größten möglichen q betrachtet werden müssen; damit ergeben sich dann die kleinsten auftretenden ν und κ .

Für $A_{\nu\kappa 22}$ ergibt sich durch Koeffizientenvergleich ($i = 2, j = 2$), daß $p = 1$ das kleinste mögliche p ist. Weiter muß $r = 1$ sein, dann folgt aber nach (30e) $q = 0$ hier das größte mögliche q . Aus den Bedingungen (30b) (30c) (30d) ergibt sich dann

$$\nu + \kappa \geq 2, \quad \kappa + 0 \geq 1, \quad \nu + 0 \geq 1.$$

Es treten also die folgenden Koeffizienten auf

$$\begin{aligned} A_{1122} &= \frac{1}{2} \sqrt{2}, & A_{1222} &= A_{2122} = \frac{7}{8} \sqrt{2}, \\ A_{1322} &= A_{3122} = \frac{63}{64} \sqrt{2}, & A_{1422} &= A_{4122} = \frac{231}{256} \sqrt{2}, \\ A_{2222} &= \frac{77}{32} \sqrt{2}, & A_{2322} &= A_{3222} = \frac{945}{256} \sqrt{2}, \\ A_{2422} &= A_{4222} = \frac{4389}{1024} \sqrt{2}, & A_{3322} &= \frac{14553}{2048} \sqrt{2}, \\ A_{3422} &= A_{4322} = \frac{81081}{8192} \sqrt{2}, & A_{4422} &= \frac{525525}{32768} \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Für $A_{\nu\kappa 32}$ ist durch Koeffizientenvergleich ersichtlich, daß nur $p = 2, \sigma = 1$ betrachtet werden muß. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$\nu + \kappa + 1 \geq 4, \quad \kappa + 1 \geq 2, \quad \nu + 1 \geq 2,$$

also entweder $\kappa \geq 2, \nu \geq 1$ oder $\kappa \geq 1, \nu \geq 2$

$$\begin{aligned}
 A_{1232} &= A_{2132} = -\frac{1}{4} \sqrt{2}, & A_{1332} &= A_{3132} = -\frac{9}{16} \sqrt{2}, \\
 A_{1432} &= A_{4132} = -\frac{99}{128} \sqrt{2}, & A_{2232} &= -\frac{7}{8} \sqrt{2}, \\
 A_{2332} &= A_{3232} = -\frac{261}{128} \sqrt{2}, & A_{2432} &= A_{4232} = -\frac{429}{128} \sqrt{2}, \\
 A_{3332} &= -\frac{1215}{256} \sqrt{2}, & A_{3432} &= A_{4332} = -\frac{34155}{4096} \sqrt{2}, \\
 A_{4432} &= -\frac{127413}{8192} \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Ebenso werden nun die übrigen Koeffizienten, die hier benötigt werden berechnet.

Für $A_{v\mu 42}$ wird $p = 3$, $q = 2$, also ergibt sich nach (30b) (30c) (30d)

$$\begin{aligned}
 v + \mu &\geq 6, & \mu &\geq 3, & v &\geq 3, \text{ also} \\
 \mu &\geq 1, & v &\geq 3 \text{ oder } \mu &\geq 3, & v &\geq 1 \text{ oder } \mu &\geq 2, & v &\geq 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{1342} &= A_{3142} = \frac{1}{16} \sqrt{2}, & A_{1442} &= A_{4142} = \frac{11}{64} \sqrt{2}, \\
 A_{2242} &= \frac{1}{8} \sqrt{2}, & A_{2342} &= A_{3242} = \frac{25}{64} \sqrt{2}, \\
 A_{2442} &= A_{4242} = \frac{55}{64} \sqrt{2}, & A_{3342} &= \frac{313}{256} \sqrt{2}, \\
 A_{3442} &= A_{4342} = \frac{2717}{1024} \sqrt{2}, & A_{4442} &= \frac{48323}{8192} \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Für $A_{v\mu 44}$ muß $p = 3$, $q = 0$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$\begin{aligned}
 v + \mu &\geq 6, & \mu &\geq 3, & v &\geq 3 \\
 A_{3344} &= \frac{1}{48} \sqrt{2}, & A_{3444} &= A_{4344} = \frac{11}{192} \sqrt{2}, \\
 A_{4444} &= \frac{77}{384} \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

Für $A_{v\mu 52}$ muß $p = 4$, $q = 3$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$v + \mu + 3 \geq 8, \quad \mu + 3 \geq 4, \quad v + 3 \geq 4, \text{ also}$$

$$\mu \geq 1, \quad v \geq 4 \text{ oder } v \geq 1, \quad \mu \geq 4 \text{ oder } v \geq 2, \quad \mu \geq 3$$

$$\text{oder } v \geq 3, \quad \mu \geq 2$$

$$A_{1452} = A_{4152} = -\frac{1}{96} \sqrt{2}, \quad A_{2352} = A_{3252} = -\frac{1}{32} \sqrt{2},$$

$$A_{2452} = A_{4252} = -\frac{5}{48} \sqrt{2}, \quad A_{3352} = -\frac{9}{64} \sqrt{2},$$

$$A_{3452} = A_{4352} = -\frac{211}{512} \sqrt{2}, \quad A_{4452} = -\frac{3465}{3072} \sqrt{2}.$$

Für $A_{v\mu 54}$ muß $p = 4$, $q = 1$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$v + \mu + 1 \geq 8, \quad \mu + 1 \geq 4, \quad v + 1 \geq 4, \text{ also}$$

$$\mu \geq 3, \quad v = 4 \text{ oder } v \geq 3, \quad \mu = 4$$

$$A_{3454} = A_{4354} = -\frac{1}{96} \sqrt{2}, \quad A_{4454} = -\frac{11}{192} \sqrt{2}.$$

Für $A_{v\mu 62}$ muß $p = 5$, $q = 4$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$\mu + v + 4 \geq 10, \quad \mu + 4 \geq 5, \quad v + 4 \geq 5, \text{ also}$$

$$\mu \geq 2, \quad v = 4 \text{ oder } \mu = 4, \quad v \geq 2 \text{ oder } \mu = 3, \quad v = 3.$$

Die beiden anderen Möglichkeiten fallen wegen der Begrenzung $\mu = 4$, $v = 4$ weg.

$$A_{2462} = A_{4262} = \frac{1}{192} \sqrt{2}, \quad A_{3362} = \frac{1}{128} \sqrt{2},$$

$$A_{3462} = A_{4362} = \frac{17}{512} \sqrt{2}, \quad A_{4462} = \frac{247}{2048} \sqrt{2}.$$

Für $A_{v\mu 64}$ muß $p = 5$, $q = 2$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$v + \mu + 2 \geq 10, \quad \mu + 2 \geq 5, \quad v + 2 \geq 5, \text{ also}$$

$\mu = 4$, $v = 4$. Die beiden anderen Möglichkeiten fallen wie oben wieder fort.

$$A_{4464} = \frac{1}{192} \sqrt{2}.$$

Für $A_{v\mu 72}$ muß $p = 6$, $q = 5$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$\mu + v + 5 \geq 12, \quad \mu + 5 \geq 6, \quad v + 5 \geq 6, \text{ also}$$

$\mu \geq 3$, $v = 4$ oder $v \geq 3$, $\mu = 4$. Alles andere fällt wie oben fort.

$$A_{3472} = A_{4372} = -\frac{1}{768} \sqrt{2}, \quad A_{4472} = -\frac{11}{1536} \sqrt{2}.$$

Für $A_{v\mu 82}$ muß $p = 7$, $q = 6$ betrachtet werden. Aus (30b) (30c) (30d) folgt

$$v + \mu + 6 \geq 14, \quad \mu + 6 \geq 7, \quad v + 6 \geq 7, \text{ also}$$

$$\mu = 4, \quad v = 4.$$

$$A_{4482} = \frac{1}{4608} \sqrt{2}.$$

Die Tabelle der Determinantenelemente

In der Tabelle 1 sind die Elemente $I_{\nu\kappa}$ (2.12) zusammengestellt. Sie ergeben sich durch Multiplikation der Koeffizienten in der Tabelle mit den jeweils oben stehenden Integralausdrücken, für die folgende Abkürzungen eingeführt wurden.

$$\bar{Q}_{a,i}(2i+1) = \int_0^{\infty} Q_{a,i}(v) \left(\frac{v}{w}\right)^{2i+1} F_0(v) dv,$$

$$Q_{a,i}(v) = Q_a(v) + \frac{n_i}{n_a} Q_i(v),$$

$$\sqrt{2} \bar{Q}_e(2i+1) = \sqrt{2} \int_0^{\infty} \frac{n_e}{n_a} Q_e^{(m)}(s) s^{2i+1} F_0(s) ds.$$

	$\bar{a}_{a,i} (3)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(3)$	$\bar{a}_{a,i} (5)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(5)$	$\bar{a}_{a,i} (7)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(7)$	$\bar{a}_{a,i} (9)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(9)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(2)}(9)$	$\bar{a}_{a,i} (11)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(11)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(2)}(11)$	$\bar{a}_{a,i} (13)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(13)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(2)}(13)$	$\bar{a}_{a,i} (15)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(15)$	$\bar{a}_{a,i} (17)$	$\sqrt{2}\bar{a}_e^{(1)}(17)$	$\bar{a}_{a,i} (19)$
I_{00}	1	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{10}	$\frac{5}{2}$	0	-1	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{11}	$\frac{25}{4}$	0	-5	$\frac{1}{2}$	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{20}	$\frac{35}{8}$	0	$-\frac{7}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{21}	$\frac{175}{16}$	0	$-\frac{105}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{19}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{22}	$\frac{1225}{64}$	0	$-\frac{245}{8}$	$\frac{77}{32}$	$\frac{133}{8}$	$-\frac{7}{8}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{1}{8}$	—	$\frac{1}{4}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{30}	$\frac{105}{16}$	0	$-\frac{63}{8}$	0	$\frac{9}{4}$	0	$-\frac{1}{6}$	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{31}	$\frac{525}{32}$	0	$-\frac{105}{4}$	$\frac{63}{64}$	$\frac{27}{2}$	$-\frac{9}{16}$	$-\frac{8}{3}$	$\frac{1}{16}$	—	$\frac{1}{6}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{32}	$\frac{3\ 675}{128}$	0	$-\frac{3\ 675}{64}$	$\frac{945}{256}$	$\frac{651}{16}$	$-\frac{261}{128}$	$-\frac{301}{24}$	$\frac{25}{64}$	—	$\frac{41}{24}$	$-\frac{1}{32}$	—	$-\frac{1}{12}$	—	—	—	—	—	—	—
I_{33}	$\frac{11\ 025}{256}$	0	$-\frac{6\ 615}{64}$	$\frac{14\ 553}{2\ 048}$	$\frac{5\ 859}{64}$	$-\frac{1\ 215}{256}$	$-\frac{301}{8}$	$\frac{313}{256}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{123}{16}$	$-\frac{9}{64}$	—	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{128}$	—	$\frac{1}{36}$	—	—	—	—
I_{40}	$\frac{1\ 155}{128}$	0	$-\frac{231}{16}$	0	$\frac{99}{16}$	0	$-\frac{11}{12}$	0	0	$\frac{1}{24}$	0	—	—	—	—	—	—	—	—	—
I_{41}	$\frac{5\ 775}{256}$	0	$-\frac{5\ 775}{128}$	$\frac{231}{256}$	$\frac{957}{32}$	$-\frac{99}{128}$	$-\frac{407}{48}$	$\frac{11}{64}$	—	$\frac{49}{48}$	$-\frac{1}{96}$	—	$-\frac{1}{24}$	—	—	—	—	—	—	—
I_{42}	$\frac{40\ 425}{1\ 024}$	0	$-\frac{24\ 255}{256}$	$\frac{4\ 389}{1\ 024}$	$\frac{21\ 021}{256}$	$-\frac{429}{128}$	$-\frac{3\ 157}{96}$	$\frac{55}{64}$	—	$\frac{415}{64}$	$-\frac{5}{48}$	—	$-\frac{29}{48}$	$\frac{1}{192}$	—	$\frac{1}{48}$	—	—	—	—
I_{43}	$\frac{121\ 275}{2\ 048}$	0	$-\frac{169\ 785}{1\ 024}$	$\frac{81\ 081}{8\ 192}$	$\frac{89\ 397}{512}$	$-\frac{34\ 155}{4\ 096}$	$\frac{22\ 715}{256}$	$\frac{2\ 717}{1\ 024}$	$\frac{11}{192}$	$\frac{3\ 049}{128}$	$-\frac{211}{512}$	$-\frac{1}{96}$	$-\frac{219}{64}$	$\frac{17}{512}$	—	$\frac{71}{288}$	$-\frac{1}{768}$	$-\frac{1}{144}$	—	—
I_{44}	$\frac{1\ 334\ 025}{16\ 384}$	0	$-\frac{266\ 805}{1\ 024}$	$\frac{525\ 525}{32\ 768}$	$\frac{327\ 789}{1\ 024}$	$-\frac{127\ 413}{8\ 192}$	$-\frac{49\ 973}{256}$	$\frac{48\ 323}{8\ 192}$	$\frac{77}{384}$	$\frac{33\ 539}{512}$	$-\frac{3\ 465}{3\ 072}$	$\frac{11}{192}$	$-\frac{803}{64}$	$\frac{247}{2\ 048}$	$\frac{1}{192}$	$\frac{781}{576}$	$-\frac{11}{1\ 536}$	$-\frac{11}{144}$	$\frac{1}{4\ 608}$	$\frac{1}{576}$

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt das mathematische Problem, durch Integration der Boltzmann-Gleichung mit Magnetfeldtermen die exakten Werte für Stromdichte und Wärmestrom der Elektronen zylindrischer Entladungen mit Eigenmagnetfeld und angelegtem longitudinalen Magnetfeld anzugeben. Die Stromdichte in radialer Richtung wurde hierbei aus physikalischen Gründen gleich Null gesetzt, was mathematisch gesprochen als Nebenbedingung auftritt.

Die auftretenden Magnetfelder werden gemäß (4.2) durch die jeweilige Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz) ω_i der Elektronen um die i -Richtung mit $i = x, \varphi$ charakterisiert, die jeweilige Richtung der auftretenden Transportphänomene selbst wird durch die Größen x und r als Index angezeigt.

Die Stromdichte $j_{ex\omega_\varphi}^{(n)}$ und die Wärmeströme $W_{ex\omega_\varphi}^{(n)}$ und $W_{er\omega_\varphi}^{(n)}$ unter der Voraussetzung eines zu berücksichtigenden Eigenmagnetfeldes allein werden mit den Definitionen (7.14) und (7.24) durch die Ausdrücke (7.15), (7.27) und (7.25) angegeben.

Ist das Eigenmagnetfeld vernachlässigbar klein, jedoch ein angelegtes Magnetfeld in longitudinaler (x -) Richtung zu berücksichtigen, so werden die Größen $j_{ex\omega_x}^{(n)}$, $W_{ex\omega_x}^{(n)}$ und $W_{er\omega_x}^{(n)}$ durch die Ausdrücke (8.2) und (8.10) mit den Definitionen (5.4) und (8.9) dargestellt.

Die Berücksichtigung beider Arten von Magnetfeldern gleichzeitig (ausgedrückt durch den Index ω) wird in Kapitel 9 durchgeführt. Die Werte für $j_{ex\omega}^{(n)}$, $W_{ex\omega}^{(n)}$ und $W_{er\omega}^{(n)}$ werden gegeben

für die nullte Näherung durch (9.5), (9.7) und (9.8) mit den Definitionen (9.4),

für die erste Näherung durch (9.21), (9.30) und (9.25) mit den Definitionen (9.20) und (9.23),

für die zweite Näherung durch (9.48), (9.59) und (9.54) mit den Definitionen (9.42) und (9.50) und den Hilfsgrößen (9.41), (9.44), (9.45), (9.47), (9.53) und (9.58).

In Plasmen sehr hoher Stromdichte - neuerdings von verschiedenen Seiten untersucht - ist das Eigenmagnetfeld für die Transporterscheinungen von Bedeutung. Darüber hinaus wird zur Führung derartiger zylindrischer Entladungen gewöhnlich noch ein longitudinales Magnetfeld verwendet.

Die vorliegende Arbeit stellt die mathematische Theorie der Transporterscheinungen zylindrischer Entladungen unter Berücksichtigung des Eigenmagnetfeldes und eines angelegten longitudinalen Magnetfeldes dar.

Meinen besonderen Dank möchte ich aussprechen meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. A. Dinghas, für seine lehrreichen Stellungnahmen und für seine wertvollen Anregungen und Hinweise, in gleicher Weise Herrn Prof. Dr. G. Grawert für seine wesentlichen Ratschläge und sein wohlwollendes Interesse.

Weiterhin möchte ich herzlich danken Herrn Prof. Dr. A. Lompe, Herrn Dr. K. Larché, Herrn Dr. Dziergwa und Herrn Priv.-Doz. Dr. H. Schirmer (Osram-Studiengesellschaft) für ihre stete Förderung und ständige Unterstützung.

Literaturverzeichnis

- [1] Friedrich, J., H. Schirmer und I. Stober: Z. Naturforschg. 14a, 1047 (1959).
- [2] Boltzmann, L.: Vorlesungen über Gastheorie I. Leipzig 1896.
- [3] Hilbert, D.: Math. Ann. 72, 562 (1912).
- [4] Hilbert, D.: Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen. Leipzig 1912.
- [5] Enskog, D.: Kinetische Theorie der Gase. Diss. Upsala 1917.
- [6] Enskog, D.: Ark. Mat., Astronomi o Fysik 16, N. 16 (1921).
- [7] Chapman, S.: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., Ser. A 216, 279 (1916).
- [8] Chapman, S.: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., Ser. A 217, 115 (1917/18).
- [9] Burnett, D.: Proc. Lond. Math. Soc. 39, 385 (1935).
- [10] Sonine, N.: Math. Ann. 16, 1 (1880).
- [11] Chapman, S., and T. G. Cowling: The mathematical Theory of non-uniform Gases. Cambridge 1953.
- [12] Cowling, T. G.: Proc. Roy. Soc. (A) 183, 453 (1945).
- [13] Landshoff, R.: Phys. Rev. 76, 904 (1949).
- [14] Landshoff, R.: Phys. Rev. 82, 442 (1951).
- [15] Cohen, S., L. Spitzer and P. McR. Routly: Phys. Rev. 80, 230 (1950).
- [16] Spitzer, L., and R. Härm: Phys. Rev. 89, 977 (1953).
- [17] Kihara, T.: Rev. of mod. Phys. Vol. 24, N. 1, 45 (1952).
- [18] Kihara, T.: Rev. of mod. Phys. Vol. 25, N. 4, 844 (1953).
- [19] Waldmann, L.: Handbuch d. Phys. 12, 295. Berlin 1958.
- [20] Grad, H.: Comm. Pure Appl. Math. 2, 325 (1949).

- [21] Grad, H.: *Comm. Pure Appl. Math.* 2, 331 (1949).
- [22] Grad, H.: *Rarefied Gas Dynamics*. London 1960.
- [23] Grad, H.: *Handbuch d. Phys.* 12, 205. Berlin 1958.
- [24] Fradkin, E. S.: *Soviet Physics JETP*, Vol. 5, N. 5, 956 (1957).
- [25] Braginskii, S. I.: *Soviet Physics JETP*, Vol. 6, N. 2, 358 (1958).
- [26] Braginskii, S. I.: *Soviet Physics JETP*, Vol. 6, N. 3, 494 (1958).
- [27] Kaeppler, H. J.: *Stochastic Theory of Transport Phenomena in a Reacting Plasma at Extreme Temperatures*. *Mitt. Forsch. Inst. Physik d. Strahlantriebe*. Stuttgart 1958.
- [28] Schirmer, H., und J. Friedrich: *Z. Phys.* 151, 174, 375 (1958).
- [29] Schirmer, H., und J. Friedrich: *Z. Phys.* 153, 563 (1959).
- [30] Lorentz, H. A.: *Proc. Amst. Acad.* 7, 438 (1905).
- [31] Schirmer, H.: *Z. Naturforschg.* 14a, 318 (1959).
- [32] Kaeppler, H. J.: *Z. Naturforschg.* 14a, 1056 (1959).
- [33] Kaeppler, H. J.: *On the Phenomenological Equations of Fully Ionized Plasmas derived from a Statistical Description*. *Proc. of the fourth Intern. Conference on Ionization Phenomena in Gases*. Amsterdam 1960.
- [34] Schrade, H., W. Bez, K. H. Höcker und H.J. Kaeppler: *Z. Naturforschg.* 15a, 155 (1960).
- [35] Hertweck, F.: *Allgemeine 13-Momenten-Näherung zur Fokker-Planck-Gleichung eines Plasmas*. *Diss. Göttingen* 1960.
- [36] Kelly, D.: *Phys. Rev.* Vol. 119, N. 1, 27 (1960).
- [37] Kaneko, Sh.: *J. of Phys. Soc. of Japan* Vol. 15, 1685 (1960).

- [38] Kihara, T., Y. Midzuno und Sh. Kaneko: J. of Phys. Soc. of Japan Vol. 15, N. 6, 1101 (1960).
- [39] Shkarofsky, I. P.: Can. J. Phys. 39, 1619 (1961).
- [40] Shkarofsky, I. P.: The Transport Properties of Fully Ionized Plasmas. Research Report 7-801-18. RCA Victor Company, Ltd. Montreal, Canada. August 1962.
- [41] Friedrich, J.: Z. Phys. 160, 494 (1960).
- [42] Granowski, W. L.: Der elektrische Strom im Gas. Berlin 1955.
- [43] Spitzer, L.: Physics of Fully Ionized Gases. New York 1956.
- [44] Lorentz, H. A.: The Theory of Electrons. Leipzig 1909.
- [45] Richardson, O. W.: Phil. Mag. (VI) 23, 595 (1912).
- [46] Brillouin, L.: Die Quantenstatistik und ihre Anwendungen auf die Elektronentheorie der Metalle. Übersetzt von E. Rabinowitsch. Berlin 1931.
- [47] Schirmer, H.: Z. Phys. 142, 116 (1955).
- [48] Simon, A.: An Introduction to Thermonuclear Research. London 1959.
- [49] Coor, T., S. P. Cunningham, R. A. Ellis, M. A. Heald and A. Z. Kranz: Proc. of the 2. Intern. Conf., Vol. 32, 201 (1958).
- [50] Schirmer, H.: Z. Phys. 142, 1 (1955).
- [51] Maecker, H.: Schweisstechnik 27, 1 (1963).
- [52] Dörrie, H.: Determinanten. München und Berlin 1940.
- [53] Kowalewski, G.: Einführung in die Determinantentheorie. Berlin 1942.

Lebenslauf

Am 9. Juli 1930 wurde ich, Ingrid Selma Klara Stober, in Berlin geboren als Tochter des Kaufmanns Heinrich Friedrich Stober, gebürtig aus Mannheim-Neckarau und meiner Mutter Selma Hulda Stober, geb. Manke, aus dem Kreise Bromberg. Im Jahre 1936 wurde ich in die 12. Volksschule in Wilmersdorf eingeschult. Schon nach der 3. Klasse ging ich zur Oberschule, der Rückertschule in Schöneberg, über. Am 7. Oktober 1940 starb mein Vater. Vom Sommer 1943 bis April 1945 wurde ich mit meiner Mutter und Schwester nach Eberswalde evakuiert, wo ich die dortige Oberschule für Mädchen besuchte. In einem Flüchtlingslager in Schwerin erlebten wir das Ende des Krieges. Wir kehrten im Juli nach Berlin zurück; dort besuchte ich wieder meine alte Schule. Am 18. Dezember des folgenden Jahres starb meine Schwester. Etwa ein halbes Jahr später, im Juni 1947, bestand ich mein Abitur. Im Frühjahr 1949 begann ich mein Studium an der Freien Universität. Ich studierte Mathematik und Physik. Am 21. Oktober 1951 starb meine Mutter. Wenig später, am 22. November 1951, bestand ich mein Vordiplom mit sehr gut und am 26. Mai 1954 meine Diplomprüfung mit gut. Meine Diplomarbeit mit dem Thema „Relativ unverzweigte Uniformisierung algebraischer Kurven“ führte ich unter Anleitung von Prof. Dr. A. Dinghas aus, der auch das Thema stellte. Zunächst noch als wissenschaftliche Hilfskraft von Prof. Dr. A. Dinghas am Mathematischen Institut angestellt, bewarb ich mich um eine Stellung bei der Osram-Studiengesellschaft. Am 17. Januar 1955 wurde ich von Prof. Dr. A. Lompe eingestellt. Seit dieser Zeit arbeite ich dort bei Dr. H. Schirmer auf dem Gebiet der Hochdruckentladungen als Mathematikerin.

Meine Lehrer waren die Professoren

Dr. A. Dinghas, Dr. G. Grawert, Dr. Katharina Kanthack,
Dr. R. Ritter, Dr. F. Levi, Dr. H. Ostmann, Dr. G. Ludwig,
Dr. M. Päsler, Dr. H. Lassen.

Ihnen allen sei an dieser Stelle gedankt.

